

THEOREME DE THALES ET RECIPROQUE

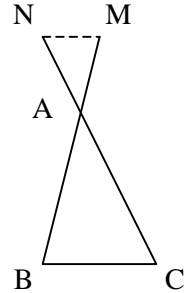
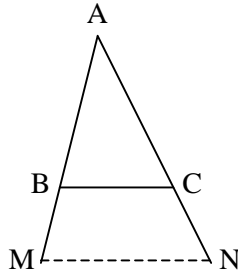
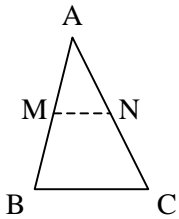
I. Théorème de Thalès :

1°) Configuration de Thalès :

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A
Soient B et M deux points de (d), distincts de A
Soient C et N deux points de (d'), distincts de A

} « configuration de Thalès »

Voici les 3 configurations de Thalès « classiques » :



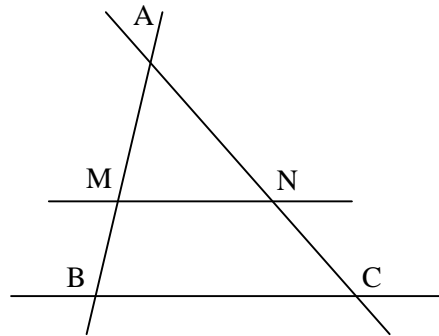
Dans toutes les configurations de Thalès, on retrouve des triangles aux côtés parallèles et dont les longueurs sont proportionnelles.

On peut résumer la position des points A, B, C, M et N par une seule phrase : « **Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A** ».

2°) Énoncé du théorème :

SI les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

ALORS $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Remarque :

Cette propriété permet d'affirmer que **SI** $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, **ALORS** (BC) et (MN) **ne sont pas** parallèles.

3°) Exemple d'utilisation :

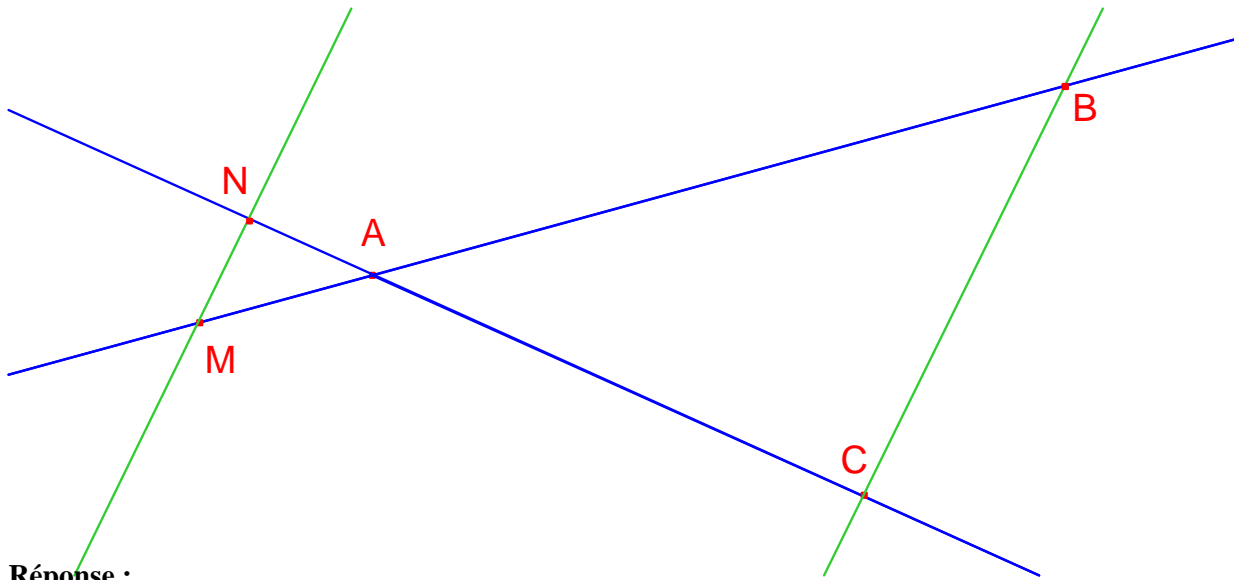
Énoncé de l'exercice :

ABC est un triangle.

La droite (Δ) parallèle à (BC) coupe (AB) en M et (AC) en N, M n'appartenant pas à [AB].

On sait que $AB = 8 \text{ cm}$; $AC = 6 \text{ cm}$; $AM = 2 \text{ cm}$.

Calculer AN.



Réponse :

Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.

Puisque (MN) // (BC), alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Concrètement :

$$\frac{2}{8} = \frac{AN}{6} = \frac{MN}{BC}$$

D'où :

$$AN = (6 \times 2) : 8 = 1,5 \text{ cm}$$

II. Réciproque de Thalès :

1°) Énoncé du théorème :

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre, ALORS les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

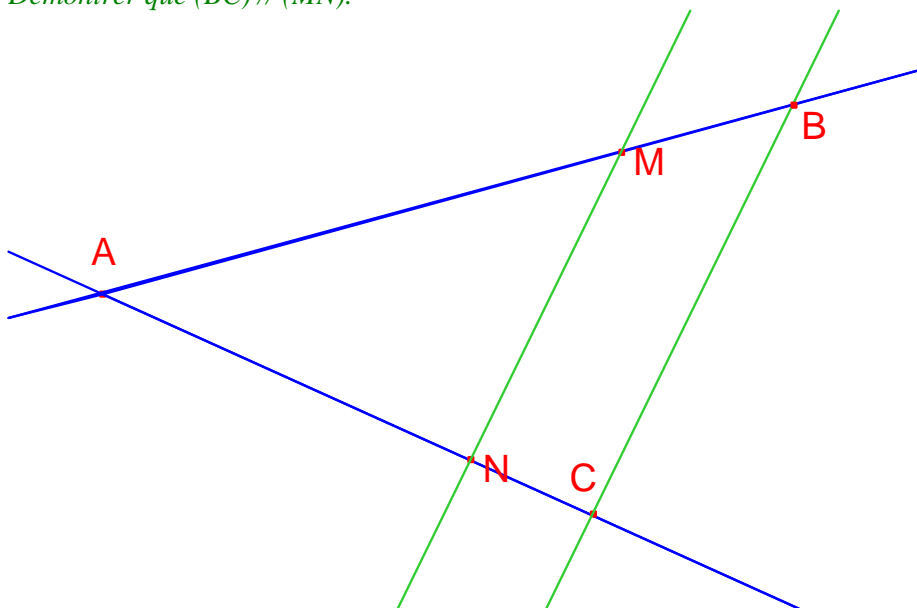
2°) Exemple d'utilisation :

Énoncé de l'exercice :

ABC est un triangle tel que : $AB = 8\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$; $BC = 4\text{cm}$

M et N sont respectivement des points de [AB] et [AC] tels que $AM = 6\text{cm}$ et $AN = 4,5 \text{ cm}$.

Démontrer que (BC) // (MN).



Réponse :

$$\text{D'une part : } \frac{AM}{AB} = \frac{6}{8} = 0,75$$

$$\text{D'autre part : } \frac{AN}{AC} = \frac{4,5}{6} = 0,75.$$

$$\text{Donc } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

Puisque les points A, M, B et les points A, N, C sont alignés dans le même ordre, et puisque $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.