NOMBRES EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

I. Nombres en écriture fractionnaire :

1°) Définition :

a et b étant deux nombres avec b ≠ 0, $\frac{a}{b}$ est le quotient de a par b ; $\frac{a}{b} = a : b$. $\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire.

Lorsque a et b sont deux nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction.

Exemples :

$\frac{4}{6}$; $\frac{12}{7}$; $\frac{1}{3}$ *sont des fractions.*

$\frac{4{,}2}{6}$; $\frac{5{,}24}{2{,}1}$ *ne sont pas des fractions, mais sont quand même des nombres en écriture fractionnaire.*

Remarques : $\frac{a}{1} = a$ et $\frac{0}{b} = 0$

2°) Vocabulaire :

Dans la fraction $\frac{a}{b}$, a s'appelle le numérateur et b s'appelle le dénominateur.

Lorsque le dénominateur est égal à 10, 100, 1000... on dit que le nombre est une fraction décimale.

Exemple : $\frac{4}{10};\frac{147}{100};\frac{3}{1000}$ *sont des fractions décimales.*

3°) Différentes écritures pour un même nombre :

Un nombre peut avoir différentes écritures.

Exemple:

$\frac{1}{4};\frac{2{,}5}{10};0{,}25$ *sont des écritures d'un même nombre:*

- *0,25 est l'écriture décimale du nombre ;*
- $\frac{1}{4};\frac{2{,}5}{10}$ *sont des écritures fractionnaires.*

Attention :

- Certaines fractions sont des nombres décimaux.

  Exemples:

  $\frac{19}{20} = 0{,}95$; $\frac{19}{20}$ *est un nombre décimal.*

  $\frac{12}{4} = 3$; $\frac{12}{4}$ *est un nombre entier (donc décimal).*

- Certaines fractions ne sont pas des nombres décimaux.

  Exemple:

  $\frac{2}{7}$ *n'est pas un nombre décimal car la division de 2 par 7 ne se termine pas.*

On peut donner un encadrement ou une valeur approchée de $\frac{2}{7}$: $0{,}28 < \frac{2}{7} < 0{,}29$ ou $\frac{2}{7} \approx 0{,}285$.

II Propriété fondamentale :

1°) Propriété fondamentale :

Un quotient ne change pas si l'on multiplie (ou on divise) le numérateur **ET** le dénominateur par un même nombre.

Exemples:

$$\frac{4}{5} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{12}{15} \quad ; \quad \frac{14}{21} \underset{:7}{\overset{:7}{=}} \frac{2}{3}$$

2°) Simplification :

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres plus petits.

Exemple : Dans le deuxième exemple ci-dessus, on a simplifié $\frac{14}{21}$ *par 7.*

Explication division de deux décimaux et comparaison

III Quotient de deux nombres décimaux :

Le résultat d'une division ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise le dividende et le diviseur par un même nombre.

Exemple: $\frac{1,56}{2,5} \underset{\times 10}{\overset{\times 10}{=}} \frac{15,6}{25}$ *ou* $\frac{1,56}{2,5} \underset{\times 100}{\overset{\times 100}{=}} \frac{156}{250}$

Diviser 1,56 par 2,5 revient à diviser 15,6 par 25 ou à diviser 156 par 250.

1,56 | 2,5 revient à 15,6 | 25 revient à 156 | 250

IV comparaison de nombres en écriture fractionnaire :

1°) Comparaison avec le nombre un :

Dans une écriture fractionnaire, si le numérateur est supérieur au dénominateur, alors le quotient est supérieur à 1, si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors le quotient est inférieur à 1.

Si $a < b$ et $b \neq 0$ alors $\frac{a}{b} < 1$

Si $a > b$ et $b \neq 0$ alors $\frac{a}{b} > 1$

Exemple : $54 < 83$ donc $\frac{54}{83} < 1$ alors que $34 > 23$ donc $\frac{34}{23} > 1$

2°) Comparaison de deux nombre en écriture fractionnaire entre eux :

- Lorsque deux nombres ont le même dénominateur, ils sont rangés dans le même ordre que leur numérateur.

Si $a < b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Si $a > b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Exemple : $435 < 957$ donc $\frac{435}{654} < \frac{957}{654}$

- Lorsque deux nombre ont le même numérateur, ils sont rangés dans l'ordre inverse de leur dénominateur.

Si $a < b$ et $a \neq 0,\ b \neq 0$ et $c \neq 0$ alors $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$

Si $a > b$ et $a \neq 0,\ b \neq 0$ et $c \neq 0$ alors $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

Exemple : $435 < 957$ donc $\frac{654}{435} > \frac{654}{957}$

- Dans les autres cas, il faut soit les réduire au même dénominateur, soit calculer une valeur approchées des deux nombres.

Exemple : Si l'on veut comparer $\frac{4}{3}$ *et* $\frac{7}{6}$.

Soit on commence par modifier l'écriture de $\frac{4}{3}$: $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6}$. *Et comme* $\frac{8}{6} > \frac{7}{6}$ *alors* $\frac{4}{3} > \frac{7}{6}$.

Soit on calcule une valeur approchées de chacun des deux nombre :

4	3
10	1,3
1	

7	6
10	1,1
4	

Et comme $1,3 > 1,1$ *alors* $\frac{4}{3} > \frac{7}{6}$.

V Multiple et diviseur :

On dit qu'un nombre a est divisible par un nombre b si le reste de la division euclidienne de a par b est nul. On dit aussi que b est un diviseur de a ou que a est un multiple de b.

Exemple : 45 = 5 X 9

Le reste de la division euclidienne de 45 par 5 est zéro. 45 est donc divisible par 5 ou est un multiple de 5 ou 5 est un diviseur de 45.