Correction du DM de math
pour le 27 septembre

Exercice 61 p 71 :

61 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -2(x-1)^2 + 3$.
Soit a et b deux réels distincts appartenant à l'intervalle $[1;+\infty[$.
1. Montrer que : $g(b) - g(a) = -2(a+b-2)(b-a)$.
2. Déduire du **1.** que le taux de variation de g entre a et b est : $\tau(a,b) = -2(a+b-2)$.
3. Déterminer le sens de variation de g sur $[1;+\infty[$

1. $g(b) = -2(b-1)^2 + 3 = -2(b^2 - 2b + 1) + 3 = -2b^2 + 4b + 2 + 3 = -2b^2 + 4b + 5$.

De la même façon, on obtient $g(a) = -2a^2 + 4a + 5$.

Donc $g(b) - g(a) = -2b^2 + 4b + 5 - (-2a^2 + 4a + 5) = -2b^2 + 4b + 5 + 2a^2 - 4a - 5$
$= -2b^2 + 4b + 2a^2 - 4a$.

De plus $-2(a + b - 2)(b - a) = -2(ab - a^2 + b^2 - ab - 2b + 2a) = -2(-a^2 + b^2 - 2b + 2a) =$
$= 2a^2 - 2b^2 + 4b - 4a = g(b) - g(a)$.

Donc $g(b) - g(a) = -2(a + b - 2)(b - a)$

2. $\tau(a,b) = \dfrac{g(b)-g(a)}{b-a} = \dfrac{-2(a+b-2)(b-a)}{b-a} = -2(a + b - 2)$.

3. a et b appartiennent à $[1 ; +\infty[$, donc $a \geq 1$ et $b \geq 1$,
donc $a + b \geq 2$,
donc $a + b - 2 \geq 0$
et donc $-2(a + b - 2) \leq 0$

$\tau(a,b)$ est donc négatif quels que soient a et b de $[1 ; +\infty[$, la fonction g est donc décroissante sur $[1 ; +\infty[$.