SUITES ARITHMÉTIQUES
SUITES GÉOMÉTRIQUES

I. Suites arithmétiques :

1°) Définition :

Définition :

On appelle suite arithmétique toute suite numérique dont chaque terme s'obtient en ajoutant un nombre constant r au terme précédent. Le nombre r est appelé raison de la suite.

Elle est donc définie par récurrence par : $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$.

Exemples :

• La suite définie par $\begin{cases} u_0 = -7 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$ est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -7$ et de raison $r = 4$.

On a alors $u_1 = -3$; $u_2 = 1$; $u_3 = 5$; $u_4 = 9$ …

• La suite définie par $\begin{cases} v_0 = 10 \\ v_{n+1} = v_n - 2 \end{cases}$ est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 10$ et de raison $r = -2$.

On a alors $v_1 = 8$; $v_2 = 6$; $v_3 = 4$; $v_4 = 2$ (…)

2°) Sens de variation :

Propriété :

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.

• Si $r > 0$, alors la suite (u_n) est strictement croissante ;

• Si $r = 0$, alors la suite (u_n) est constante ;

• Si $r < 0$, alors la suite (u_n) est strictement décroissante ;

Exemples :

Dans les exemples précédents, la suite arithmétique (u_n) qui a une raison positive (4) est strictement croissante et la suite (v_n) dont la raison est négative (–2) est décroissante.

3°) Représentation graphique :

Propriété :

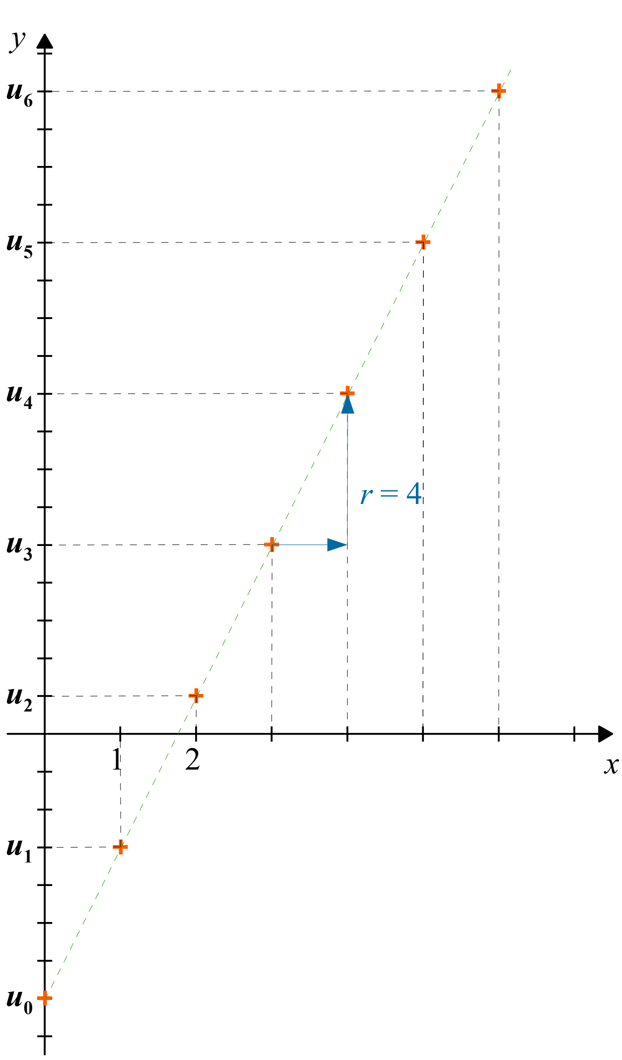
La représentation graphique d'une suite arithmétique est un nuage de point alignés sur une droite dont le coefficient directeur est la raison de la suite.

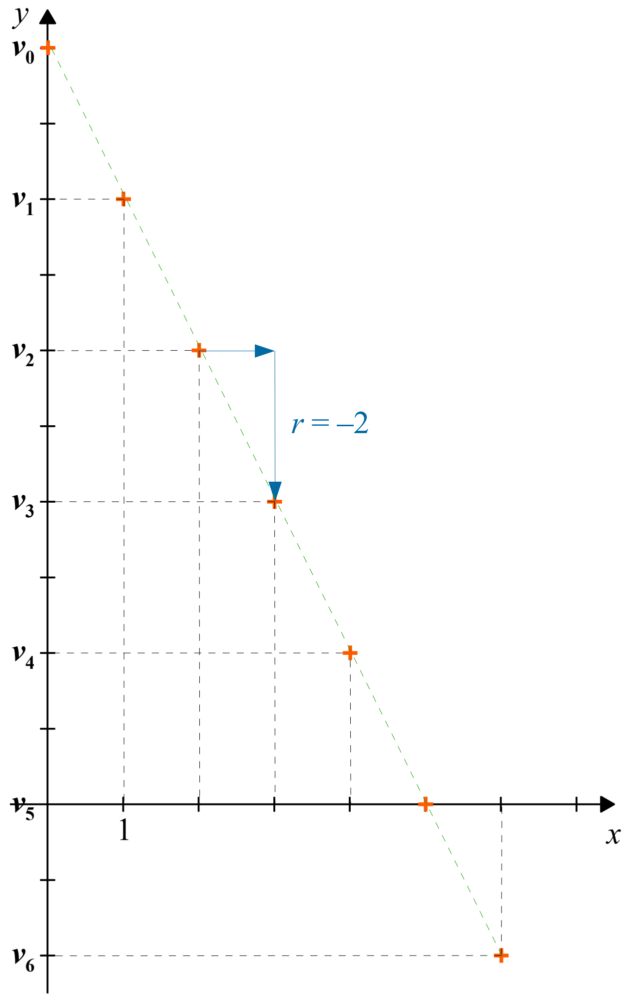
Remarque :

En effet, à chaque fois que n augmente de 1, u_n augment de r.

Exemples :

Ci-après les représentations graphiques des suites suites prises en exemple ci-dessus.





Remarque :

Dans le cas d'une suite arithmétique, comme les points sont alignés, on parle de croissance linéaire.

II. Suites géométriques :

1°) Définition :

Définition :

On appelle suite géométrique toute suite numérique dont chaque terme s’obtient en multipliant par un nombre constant q le terme précédent. Le nombre q est appelé raison de la suite.

Elle est donc définie par récurrence par : $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = q\,u_n \end{cases}$.

Exemples :

• La suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2\,u_n \end{cases}$ est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 2$.

On a alors : $u_0 = 1$; $u_1 = 2$; $u_2 = 4$; $u_3 = 8$; $u_4 = 16$;

• Soit la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = 25$ et de raison $q = 0{,}8$.

On a alors : $v_0 = 25$; $v_1 = 25 \times 0{,}8 = 20$; $v_2 = 16$; $v_3 = 12{,}8$; $v_4 = 10{,}24$; …

2°) Sens de variation :

Propriété :

Soit la suite (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme strictement positif.

- si $q > 1$, la suite (u_n) est strictement croissante ;
- si $q = 1$, la suite est constante ;
- si $0 < q < 1$, la suite est strictement décroissante.

Remarque :

Si $q < 0$ la suite est alternativement positive puis négative. Exemple $u_n = (-1)^n$, elle est ni croissante, ni décroissante.

Exemples :

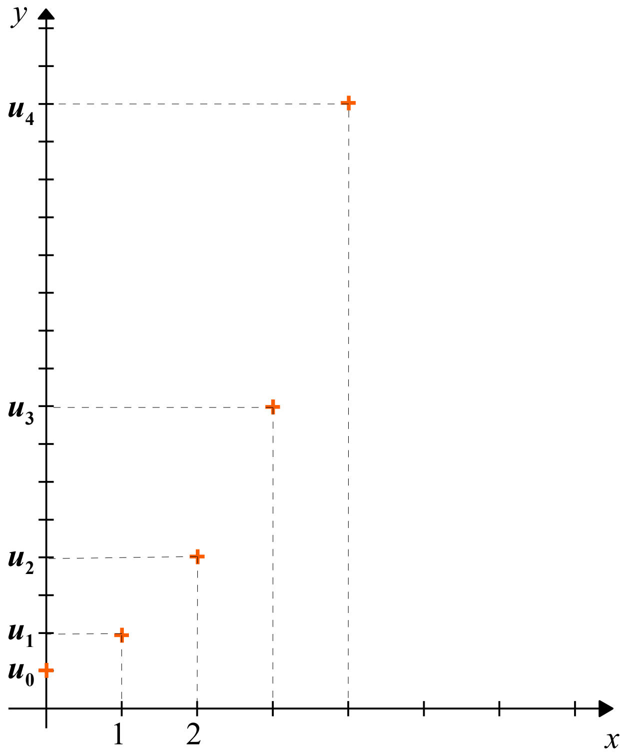
Dans les exemples du **1°)**, la suite arithmétique (u_n) qui a une raison $q = 2$ et une premier terme $u_0 = 1$ strictement positif, elle est strictement croissante et la suite (v_n) dont la raison est négative (–2) est décroissante.

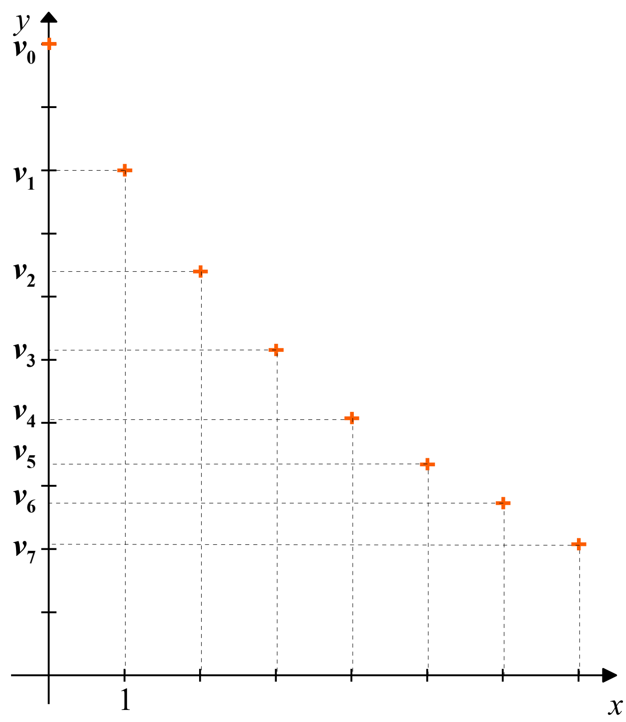
La suite (v_n) a un premier terme $u_0 = 25$ strictement positif et une raison $q = 0{,}8$ comprise entre 0 et 1, elle est strictement décroissante.

3°) Représentation graphique :

Exemples :

Voici les représentations graphiques des suites de l'exemple précédent.





Remarque :

Dans le cas d'une suite géométrique, on parle de croissance exponentielle. On remarque que les points ne sont pas alignés.