NOM : ………………………	**DEVOIR DE MATHEMATIQUES**	**sujet A**
PRENOM :…………………	Durée : 2 heures **Calculatrice autorisée**	**2de** …….

C1 : Savoir et utiliser des connaissances.	
C2 : Rechercher l'information utile. C3 : Argumenter, résoudre, démontrer. C4 : Communiquer un résultat.	
A : Prendre des initiatives, critiquer un résultat.	

Chaque candidat traite obligatoirement les exercices 1 à 4.
Les exercices 4 (partie C) et 5 (Autres orientations) sont traités selon l'orientation souhaitée, qui devra être précisée sur la copie.
Il faudra rendre avec votre copie le sujet complet.
Le sujet comporte trois pages.

Exercice 1 : (4 points)

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(3 ; 4), B(0 ; 3), C(–1 ; 0) et D(2 ; 1).

1) a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. **C1**

b) Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ? **C1**

2) a) Calculer les longueurs AB et AD. **C1**

b) Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier. **C3**

3) a) On note I le milieu de la diagonale [AC] . Calculer les coordonnées de I. **C1**

b) Déterminer les coordonnées du point E tel que AIDE soit un rectangle. Justifier votre démarche. **A**

Exercice 2 : (3,5 points)

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher :

- deux boules vertes numérotées 2 et 4 ;
- trois boules jaunes numérotées 1, 2 et 3.

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne et on note leur somme.

1) Compléter le tableau suivant :

Somme		Boules vertes		Boules jaunes		
		2	4	1	2	3
Boules vertes	2					
	4					
Boules jaunes	1					
	2					
	3					

2) Certaines cases doivent être supprimées. Pourquoi ? **C2**

3) On note A, B et C les événements suivants :

- A : « obtenir une somme égale à 5 » ;

- B : « obtenir une somme paire » ;

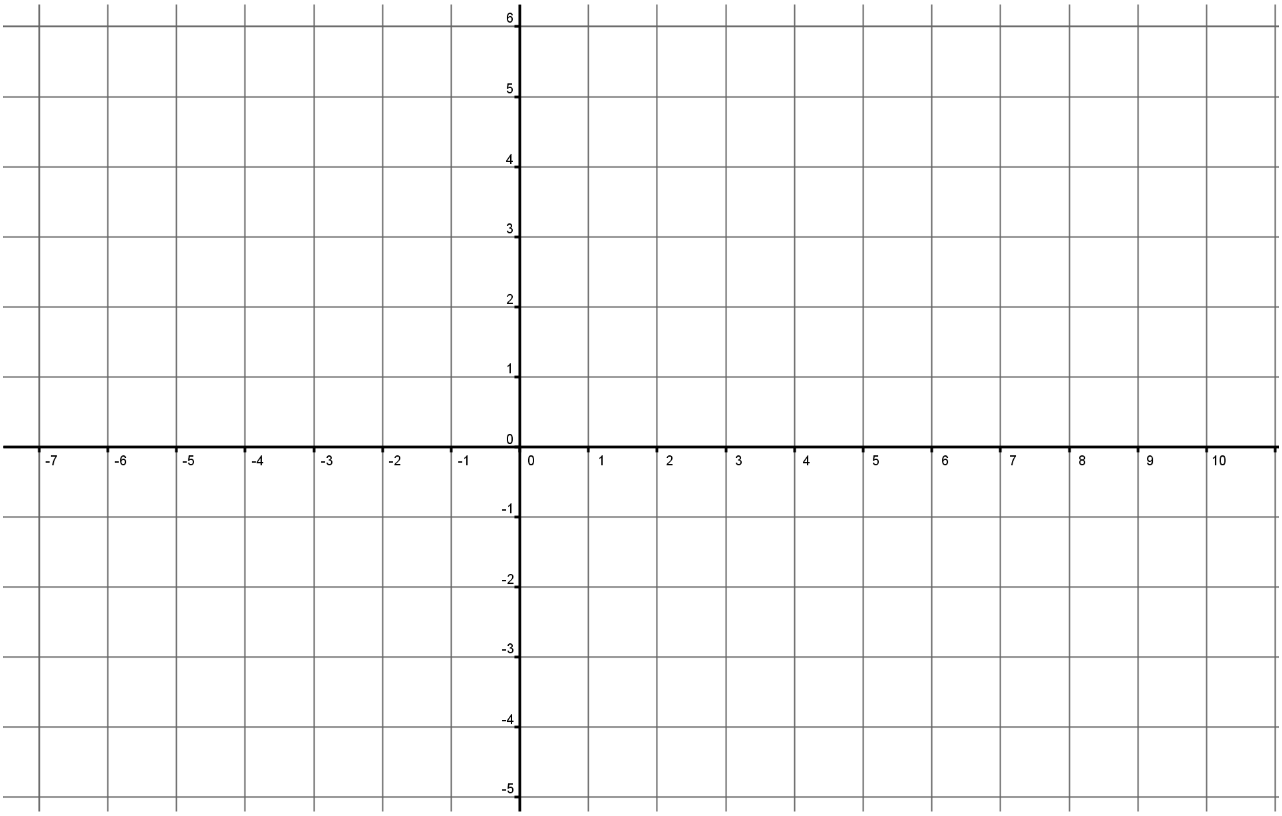
- C : « obtenir une somme inférieure ou égale à 5 » .

Calculer la probabilité des événements A, B, C, $B \cap C$, $B \cup C$. **C1** **C3**

<u>Exercice 3 :</u> (5 points)

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points A(–3 ; 5), B(1 ; –3), C(2 ; –2) et D(–1 ; 4).

1) Placer les points dans le repère. La figure sera complétée au fur et à mesure. **C1**



2) Déterminer par le calcul une équation de la droite (AB). **C1**

3) Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier. **C1**

4) Compléter l'algorithme ci-dessous qui prend en entrée les coordonnées de quatre points A, B, C et D et qui dit, en sortie, si les droites (AB) et (CD) sont parallèles ou pas.

Saisir ....
Affecter à P la valeur $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
Affecter à Q la valeur $\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C}$
Si P = Q
    Alors
    ....
    Sinon
    ....
FinSi

5) On considère la droite (d) d'équation $y = 3x + 2$.

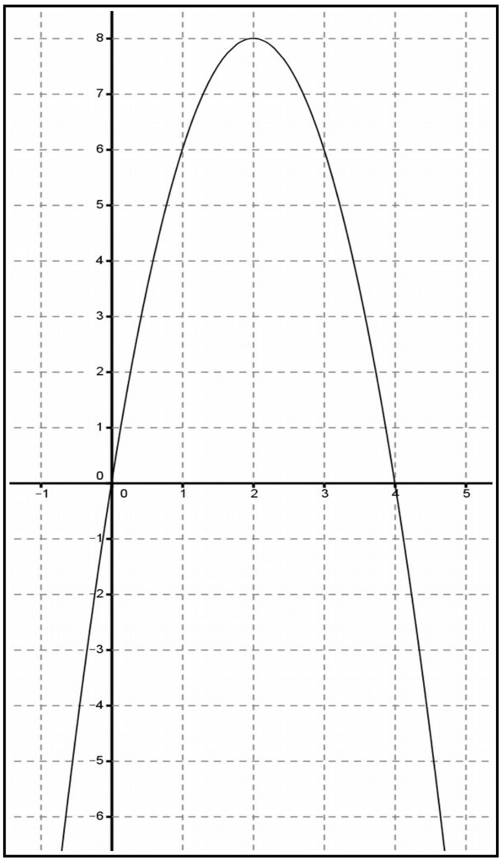
a. Tracer cette droite. **C1**

b. Résoudre le système $\begin{cases} y = -2x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$. **C3**

c. Ce résultat vous paraît-il cohérent ? Expliquer. **A**

Exercice 4 : (5 ou 7,5 points)

f est une fonction polynôme de degré 2 définie sur ℝ.
Elle a pour représentation graphique, la courbe (C) ci-contre, dans le plan rapporté à un repère orthogonal.



Partie A : Étude graphique

1) Résoudre graphiquement
a) l'équation $f(x) = 6$. **C1**
b) l'inéquation $f(x) < 0$. **C1**

2) Déterminer le maximum de la fonction f et la valeur de x pour laquelle il est atteint. **C2**

3) Donner le tableau de signes de la fonction f. **C1**

Partie B : Étude algébrique

La fonction f représentée graphiquement ci-contre, est définie sur ℝ par $f(x)=-2x^2+8x$.

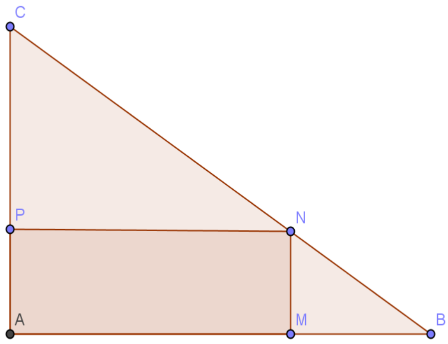
1) a. Factoriser f. **C1**
b. Démontrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire
$$f(x)=-2(x-2)^2+8$$ **C1**

2) a. Étudier, à l'aide d'un tableau, le signe de l'expression
$$2x(4-x)$$ **C1**
b. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$**.** **C1**

3) Établir le tableau de variations de la fonction f sur ℝ ?
Expliquer. **C3** **C4**

Partie C (2,5 points) : Étude d'un problème concret (***Uniquement pour les élèves demandant une 1ère S, STL ou STI2D)***

Dans l'angle droit d'un terrain triangulaire, on souhaite construire un enclos de forme rectangulaire avec une aire la plus grande possible. Les dimensions du terrain sont telles que : AB = 8 m et AC = 4 m.
Les points M, N et P appartiennent respectivement aux segments [AB], [BC] et [AC] de telle sorte que AMNP soit un rectangle. On appelle x la longueur AP, en mètres.



1) Dans quel intervalle varie x ? **C2**

2) Justifier l'égalité : $\dfrac{PN}{AB}=\dfrac{CP}{CA}$. **C1**

3) En déduire, en fonction de x, la longueur PN. **C3**

4) Montrer que l'aire $f(x)$ du rectangle AMNP est donnée par : $f(x) = -2x^2 + 8x$. **C3**

5) En utilisant les résultats de la partie B, montrer que l'aire du rectangle AMNP admet un maximum et donner la valeur de ce maximum ainsi que la position correspondante du point P sur le segment [AC]. **C2**

Exercice 5 : (2,5 points) (Autres orientations)

On considère une fonction f dont le tableau de variations est donné ci-contre :

1) Encadrer $f(x)$ avec précision lorsque :
a) $x \in [2 ; 4]$ b) $x \in [-3 ; 4]$. **C1**

2) Comparer $f(0)$ et $f(1)$. Justifier votre réponse. **C1** **C3**

3) Donner le nombre d'antécédents de 0 par la fonction f. **C2**

4) On sait de plus que l'image de 3 est –2.
Dessiner une allure de la courbe de f compatible avec toutes les informations données. **C1**

x	-3		2		4		5
$f(x)$	-1	↗	1	↘	-5	↗	-2