Nom : **DEVOIR COMMUN Mai 2015** 2^{de}
Prénom : **Sujet A**

C1 : Savoir et utiliser des connaissances.	
C2 : Rechercher l'information utile.	
C3 : Argumenter, résoudre, démontrer.	
C4 : Communiquer un résultat.	
A : Prendre des initiatives, critiquer un résultat.	

La calculatrice graphique est autorisée
L'énoncé est à rendre avec la copie

Exercice 1 : (5 points)

Cet exercice est un Q.C.M. (questionnaire à choix multiples). **A** **A**

Dans chaque cas une seule réponse est exacte, on indiquera le choix de la réponse dans la dernière colonne.

Aucune justification n'est attendue.

On considère deux fonctions f et g définies sur $[-4 ; 3]$:

f est un polynôme du second degré et on connaît son tableau de variations :

x	-4		-1		3
$f(x)$	-15	$\nearrow$	3	$\searrow$	-29

g est une fonction affine et on connaît son tableau de signes :

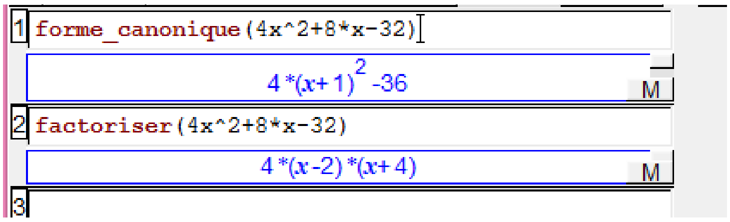
x	-4		-1		3
$g(x)$		$-$	0	$+$	

	Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse choisie
1. On peut dire que :	$f(0) < f(1)$	$f(0) = f(1)$	$f(0) > f(1)$	c
2. $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ avec :	$a < 0$	$a = 0$	$a > 0$	a
3. $f(2)$ vaut :	0	-15	On ne peut pas savoir	b
4. $g(0)$ est :	Strictement négatif	Strictement positif	nul	b
5. g est :	croissante	décroissante	constante	a

Exercice 2 (5 points)

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 8x - 32$.

1. Montrer que f peut également s'écrire sous les formes suivantes, obtenues à l'aide du logiciel de calcul formel Xcas. **C1** **C1**



$4(x + 1)^2 - 36 = 4(x^2 + 2x + 1) - 36 = 4x^2 + 8x + 4 - 36 = 4x^2 + 8x - 32.$

$4(x - 2)(x + 4) = 4(x^2 + 4x - 2x - 8) = 4x^2 + 8x - 32.$

2. Répondre à chaque question (justifier et préciser la forme de f utilisée) :

 2.1 Déterminer les antécédents de -32 par f. **C3**

 $f(x) = -32$

 $4x^2 + 8x - 32 = -32$

 $4x^2 + 8x = 0$

 $4x(x + 2) = 0$

 donc $4x = 0$ ou $x + 2 = 0$

 $S = \{0 ; -2\}$

 2.2 Déterminer le tableau de variations de f. **C2**

Grâce à la forme canonique, nous trouvons que les coordonnées su sommet de la parabole sont $(-1 ; -36)$.

De plus le coefficient a (devant x^2) est positif donc

x	$-\infty$	-1	∞
$f(x)$	$\searrow$	-36	$\nearrow$

 2.3 Déterminer le tableau de signes de f. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.

C1

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$x - 2$		$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	
$x + 4$		$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

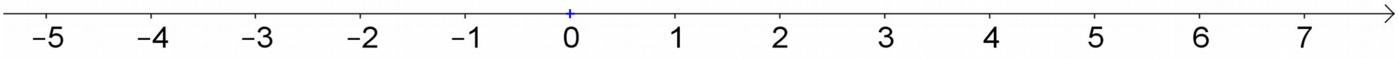
Donc pour $f(x) > 0$, $S =]-\infty ; -4[\cup]2 ; +\infty[$

3. Proposer une fenêtre graphique adaptée pour visualiser la courbe de f sur $[-5 ; 2]$. **C2**

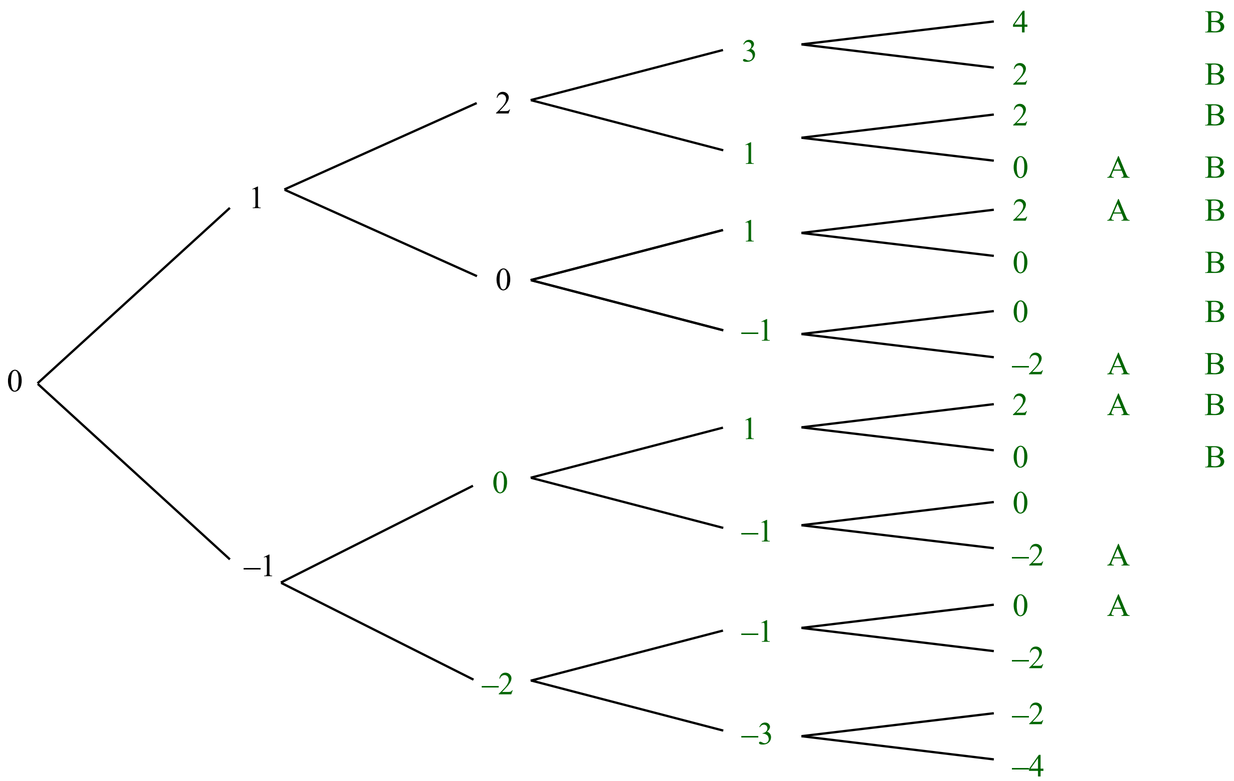
xmin = -5 ; xmax = 2 ; ymin = -36 et ymax = 28

Exercice 3 **A traiter par tous les élèves (4,5 points)**

Un point M mobile se déplace sur une droite graduée de façon aléatoire. Au départ, M a pour abscisse 0, puis **quatre fois** de suite il se déplace de une unité à droite ou à gauche, avec la même probabilité.



3. Finir de compléter l'arbre ci-dessous pour décrire tous les déplacements possibles du point M. **C1**



4. On s'intéresse à l'abscisse du point d'arrivée de M.

   Quelles sont les issues possibles ? Compléter un tableau de loi de probabilité pour ces issues. **C1**

   D'après l'arbre ci-dessus, les issues possibles sont : –4 ; –2 ; 0 ; 2 et 4. Voici la loi de probabilité :

issue	–4	–2	0	2	4
probabilité	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$	$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

5. Déterminer la probabilité de l'événement A : « M repasse par 0 une seule fois ». **C1**

   D'après l'arbre, P(A) = $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

6. Déterminer la probabilité de l'événement B : « M passe par 1 ». **C1**

   D'après l'arbre, P(B) = $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$

7. Définir avec une phrase l'événement A ∩ B, calculer sa probabilité. **C4** **C1**

   A ∩ B = « M repasse par 0 une seule fois et passe par 1 ».

   D'après l'arbre, P(A ∩ B) = $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

8. Définir avec une phrase l'événement $A \cup B$, calculer sa probabilité. **C4** **C3**

$A \cup B$ = « M repasse par 0 une seule fois ou passe par 1 ».

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8}+\frac{5}{8}-\frac{1}{4}=\frac{3}{8}+\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

<u>Exercice 4 :</u>

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

On donne dans le tableau ci-dessous les vitesses enregistrées par un radar de 400 véhicules (en km/h).

Vitesse	]60 ; 80]	]80 ; 90]	]90 ; 110]	]110 ; 130]	]130 ; 140]	]140 ; 150]	]150 ; 170]
Nombre de véhicules	42	129	132	50	29	13	5
Effectifs cumulés croissants	42	171	303	353	382	395	400

<u>Partie 1 : A traiter par tous les élèves</u> **(3,5 points)**

1. Faire une phrase interprétant le nombre 29 du tableau. **C4**

   29 véhicules roulaient à une vitesse supérieure à 130 km/h et inférieure ou égale à 140 km/h.

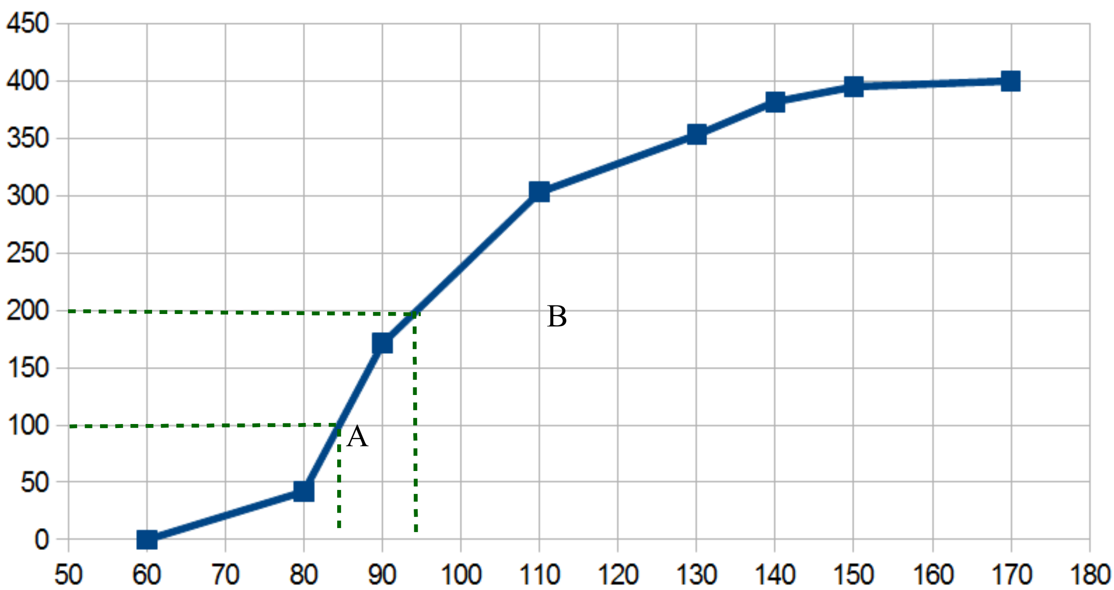
2. En se servant du centre de chaque classe, calculer la vitesse moyenne des véhicules. **C1**

   Soit m la vitesse moyenne des véhicules :

   $$m = \frac{42\times70+129\times85+132\times100+50\times120+29\times135+13\times145+5\times160}{400} \approx 99{,}26 \text{ km/h.}$$

3. Compléter la dernière ligne avec les effectifs cumulés croissants. **C1**

4. On a dressé ci-dessous la courbe des effectifs cumulés croissants :



4.1 Lire une valeur approchée de la médiane. (Laisser apparents les tracés de lecture). **C1**

D'après le graphique, la médiane est d'environ 94 km/h.

4.2 Lire une valeur approchée du premier quartile. (Laisser apparents les tracés de lecture). **C1**

D'après le graphique, le premier quartile est d'environ 85 km/h.

Partie 2 : **(7 points)**

A traiter seulement par les élèves NE souhaitant PAS intégrer une série scientifique (S, STI2D, STL)

1. On appelle f la fonction affine dont une partie de la courbe représentative est le segment [AB].

   1.1 Justifier que les coordonnées de A et B sont : A (90 ; 171) et B (110 ; 303). **C2**

   D'après la ligne « effectifs cumulés croissants » du tableau, il y a 171 véhicules ayant été détectés à une vitesse de 90 km/h ou moins et 303 véhicules ayant été détectés à une vitesse de 110 km/h ou moins.

   1.2 Justifier que $f(x) = 6{,}6\,x - 423$. **A**

   $f(90) = 6{,}6\times 90 - 423 = 171$ et $f(110) = 6{,}6\times 110 - 423 = 303$. Comme f est une fonction affine, elle est représentée par une droite. Cette droite passe bien par les points A et B, la droite (AB) est donc bien la représentation graphique de f.

   1.3 Déterminer par le calcul l'antécédent de 200,5 par f. **C3**

   Pour cela, il faut résoudre $f(x) = 200{,}5$, soit $6{,}6\,x - 423 = 200{,}5$ donc $6{,}6\,x = 623{,}5$

   Donc $x = 623{,}5/6{,}6 \approx 94{,}47$.

   1.4 Donner une signification du nombre ainsi trouvé pour la série des vitesses. **C4**

   Le résultat obtenu est la médiane de la série. En effet, comme il y a 400 véhicules, la médiane est la moyenne entre la vitesse du $200^{ème}$ et du $201^{ème}$ véhicule.

2. Le radar est couplé à un affichage géré par l'algorithme ci-dessous pour une vitesse v relevée :

```
Lire v
Si v > 110 alors
     Début Si
          u prend la valeur v - 110
          Afficher « Vous dépassez la vitesse autorisée de »
          Afficher u
     Fin Si
     Début Sinon
          Afficher « Vous roulez à la bonne vitesse »
     Fin Sinon
Afficher «  Merci pour votre prudence »
```

Qu'affichera le radar pour un véhicule roulant à 115 km/h ? à 110 km/h ? **C5**

<u>Pour un véhicule roulant à 115 km/h :</u>

Vous dépassez la vitesse autorisée de 5 Merci pour votre prudence

<u>Pour un véhicule roulant à 110 km/h</u> :

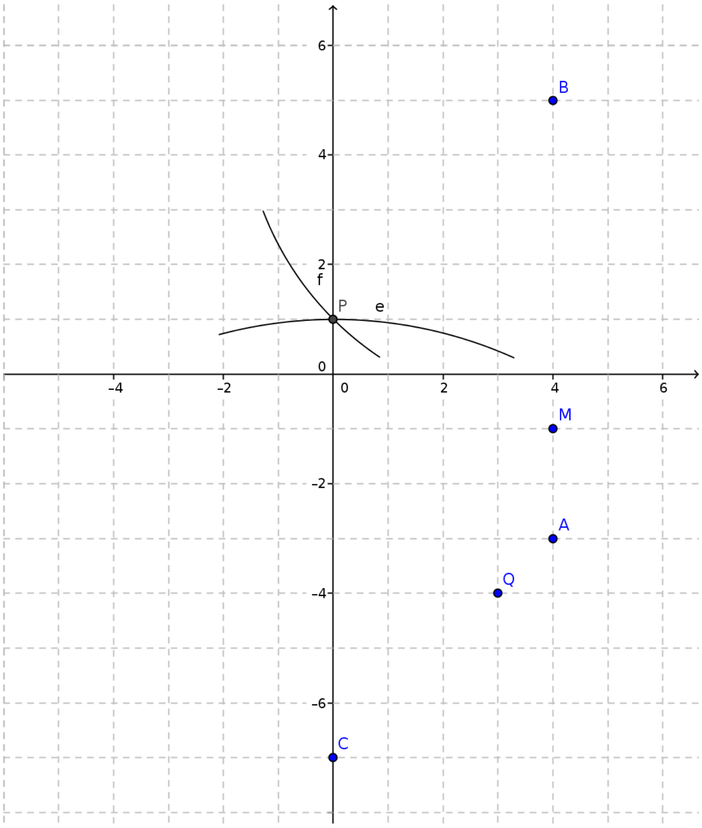
Vous roulez à la bonne vitesse Merci pour votre prudence

Exercice 5 **(7 points)**

A traiter seulement par les élèves souhaitant intégrer une série scientifique (S, STI2D,STL)

On considère un repère orthonormé du plan et les points : A(4 ; –3), B(4 ; 5), C(0 ; –7) et M(4 ; –1).

1. Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice. **C1**



2. Pourquoi M est-il sur la droite (AB) ? **C2**

Méthode 1 :

Les trois points ont pour abscisse 4, ils se trouvent donc tous sur la droite d'équation $x = 4$.

Méthode 2 :

$\overrightarrow{AB}$ (0 ; 8) et $\overrightarrow{AM}$ (0 ; 2) . Ainsi $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AM}$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires, les points A, B et M sont donc alignés.

3. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$. **C1**

$\overrightarrow{AC}$ (–4 ; –4) et $\overrightarrow{BC}$ (–4 ; –12)

4. On considère le point P tel que $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

   Construire le point P (laisser les traits de construction apparents). **C1**

5. On considère le point Q tel que $\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

   5.1 Calculer les coordonnées de Q. **C3**

   $\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AQ}\left(-4\times\frac{1}{4} \;;\; -4\times\frac{1}{4}\right)$ = $\overrightarrow{AQ}$ (–1 ; –1).

   Or $\overrightarrow{AQ}(x_Q-x_A ; y_Q-y_A)$ = $\overrightarrow{AQ}(x_Q-4 ; y_Q+3)$. Donc $x_Q - 4 = -1$, soit $x_Q = 3$ et $y_Q + 3 = -1$, soit $y_Q = -4$. Donc Q(3 ; –4)

   5.2 Montrer que les droites (MQ) et (BC) sont parallèles. **C3**

   $\overrightarrow{MQ}$ (–1 ; –3) et $\overrightarrow{BC}$ (–4 ; –12). Donc $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{MQ}$, $\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont donc colinéaires, donc (MQ) est parallèle à (BC).

6. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Lire x, y
a prend la valeur 4-x
b prend la valeur -3-y
Si a = b  alors affiche « vrai »
          sinon affiche « faux »
```

6.1 Qu'affiche cet algorithme si on saisit pour x et y les coordonnées de M ? **C5**

$x = 4$ et $y = -1$, donc a prend la valeur 0 et b prend la valeur -2. L'algorithme affiche donc faux.

6.2 Qu'affiche cet algorithme si on saisit pour x et y les coordonnées de C ? **C5**

$x = 0$ et $y = -7$, donc a prend la valeur 4 et b prend la valeur 4. L'algorithme affiche donc vrai.