Correction **DEVOIR DE MATHEMATIQUES** **sujet A**

Exercice 1 : A traiter par tous les élèves (3 points) QCM

1) On donne l'algorithme ci-contre :

Si on exécute l'algorithme avec a = - 1, on obtient :

a) - 1

b) 0

c) 1

d) 2

2) Soit f la fonction définie par $f(x)=-2x^3+8x^2+3x-3$

Parmi les trois fenêtres graphiques suivantes, laquelle est **la mieux adaptée** pour voir la courbe ?

a) x appartient à [-5 ; 5] et y appartient à [-20 ; 50].

b) x appartient à [0 ; 5] et y appartient à [-30 ; 30].

c) x appartient à [-10 ; 5] et y appartient à [-10 ; 10].

d) x appartient à [-5 ; 2] et y appartient à [-10 ; 10].

3) Soit la fonction f dont on donne le tableau de variation ci-contre. Alors :

a) $f(0) = 1$

b) $f(2) < f(3)$

c) $f(2) = f(0)$

d) $f(2) > f(3)$

Exercice 2 : A traiter par tous les élèves (3,5 points)

C_f est la courbe d'une fonction f définie [-4 ; 3] et la droite (D) représente une fonction g.
Par lecture graphique, compléter :

1. a) $f(0)=-2$

   b) l'image de -2 par g est -2

   c) Le ou les antécédents de 0 par f sont : - 3 ; - 1 et 2.

2. Résoudre :

   a) $f(x) = 1$ S={-2;2,4}.

   b) $f(x) = g(x)$ S= {-4 ;-0,5;2}

   c) $f(x) > g(x)$ S=] -4;-0,5 [U] 2;3]

3.

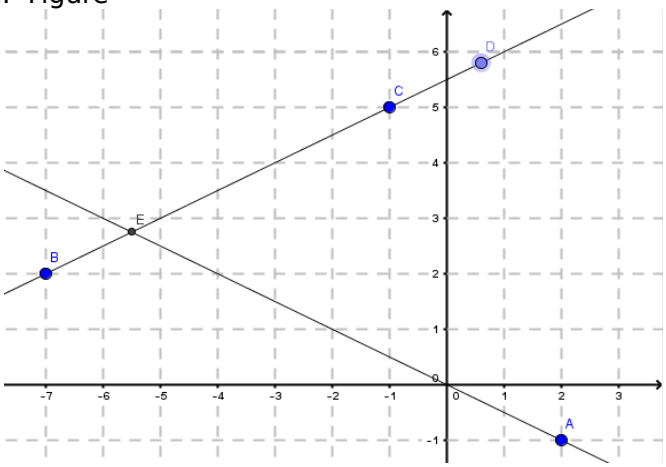
x	-4		-2		0		3
Variations de $f(x)$	-3	↗	1	↘	-2	↗	3

4. g s'écrit sous la forme $y=mx+p$ on a $p=-1$ et $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1}{2}$, d'où l'équation

$y=\frac{1}{2}x-1$

3. Exercice 3 : A traiter par tous les élèves (4,5 points)

1. Figure



2. a) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-7-2)^2+(2-(-1))^2}=\sqrt{(-9)^2+3^2}=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-1-(-7))^2+(5-2)^2}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-1-2)^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{(-3)^2+6^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}$

b) On a AC=BC donc le triangle ABC est isocèle en C. De plus, AB est le plus grand côté.

$AB^2=\sqrt{90^2}=90$ Et $AC^2+BC^2=\sqrt{45^2}+\sqrt{45^2}=45+45=90$

On obtient $AB^2=AC^2+BC^2$. Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est isocèle rectangle en C

3. La droite (BC) s'écrit sous la forme de $y=mx+p$.

$m=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{5-2}{-1-(-7)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$. Le point C appartient à la droite (BC) donc en insérant ses coordonnées dans la droite d'équation $y=\frac{1}{2}x+p$, on a $5=\frac{1}{2}\times(-1)+p$ soit $p=\frac{11}{2}$

D'où l'équation de (BC) : $y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$

4. $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{11}{2}=\frac{3}{10}+\frac{11}{2}=\frac{3}{10}+\frac{55}{10}=\frac{58}{10}=\frac{29}{5}$ Donc le point D appartient bien à la droite (BC)

5. a)

$$\begin{cases} y=-0,5x \\ y=0,5x+5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-0,5x \\ -0,5x=0,5x+5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-0,5x \\ -x=5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-0,5x \\ x=-5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5,5 \\ y=-0,5\times(-5,5)=2,75 \end{cases}$$

b) $E(-5,5\ ;2,75)$ est le point d'intersection des droites (OA) et (BC).

Exercice 4 : A traiter par tous les élèves (4 points)

1. $f(-2)=-3(-2)^2-2+4=-12-2+4=-10$ et $f(1)=-3+1+4=2$

2. Développons les expressions proposées :

$(x+1)(4-3x)=4x-3x^2+4-3x=-3x^2+x+4=f(x)$

$-3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{49}{12}=-3\left(x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}\right)+\frac{49}{12}=-3x^2+x-\frac{1}{12}+\frac{49}{12}=-3x^2+x+\frac{48}{12}=-3x^2+x+4=f(x)$

3. En utilisant la forme canonique de *f* avec $a=-3<0, \alpha=\frac{1}{6}$ *et* $\beta=\frac{49}{12}$, on obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		↗	$\frac{49}{12}$	↘	

4 a) En utilisant la forme factorisée de *f* on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) D'après le tableau de signes précédent, les solutions de l'inéquation f(x) > 0 sont

S =]- 1 ; $\frac{4}{3}$ [

Exercice 5 : A traiter par les élèves demandant une série à dominante scientifique (5 points)

Partie A : Vecteurs (3 points)

1. $\vec{SL}=\vec{NG}$

$\begin{pmatrix} x_L-6 \\ y_L+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-3 \\ 3-4 \end{pmatrix}$ *soit* $\begin{cases} x_L=1-3+6 \\ y_L=3-4-1 \end{cases}$ *d'où* $\begin{cases} x_L=4 \\ y_L=-2 \end{cases}$ Le point L a pour coordonnées (4;-2)

2. On sait que $\vec{SL}=\vec{NG}$ donc SNGL est un parallélogramme. A est le milieu de la diagonale [SG]. Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, A est aussi le milieu de l'autre diagonale, qui est [LN]. Les points L, A et N sont donc alignés.

3. a) $\vec{NG}+\vec{NS}=\vec{SL}+\vec{NS}=\vec{NS}+\vec{SL}$ par la relation de Chasles on a : $\vec{NG}+\vec{NS}=\vec{NL}$

b) $\vec{SA}+\vec{LG}+\vec{AL}=\vec{SA}+\vec{AL}+\vec{LG}$ par la relation de Chasles on a :

$\vec{SA}+\vec{LG}+\vec{AL}=\vec{SG}$

Partie B : Probabilités (2 points)

1. $P(M)=\frac{1+3+17+10+7}{80}=\frac{38}{80}=\frac{19}{40}$ et $P(A)=\frac{1+3+17+8+11+19}{80}=\frac{59}{80}$

2. $M\cap A$ est l'événement « l'alligator prélevé est un mâle dont la taille est strictement inférieure à 4,2m ».

D'où $P(M\cap A)=\frac{1+3+17}{80}=\frac{21}{80}$

3. $P(M\cup A)=P(M)+P(A)-P(M\cap A)=\frac{38}{80}+\frac{59}{80}-\frac{21}{80}=\frac{76}{80}=0{,}95$

Exercice 5 : autres orientation (5 pts)

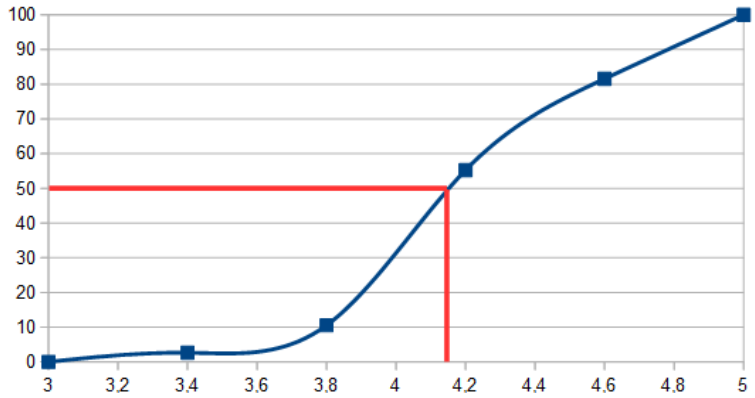
Partie A : Statistiques

1. a) $\bar{x}=\frac{3{,}2\times 1+3{,}6\times 3+4\times 17+4{,}4\times 10+4{,}8\times 7}{1+3+17+10+7}=\frac{159{,}6}{38}=4{,}2\,m$

b)

Taille en mètres	[3;3,4[	[3,4;3,8[	[3,8;4,2[	[4,2;4,6[	[4,6;5[
Mâles	1	3	17	10	7
Fréquence (%)	2,63	7,89	44,74	26,32	18,42
Freq cumulées (%)	2,63	10,52	55,26	81,58	100

c) Fréquences cumulées :



La taille médiane est de 4,15 mètres

2. Pour les femelles, la taille médiane est de 4 m et on a $Q_1=3{,}6$ et $Q_3=4$

3. Il y a 17 +10+19+4= 50 alligators dont la taille est comprises entre 3,8 et 4,6m, soit

$\frac{50}{80}=62{,}5$ %

Partie B : Probabilités

1. $P(M)=\frac{1+3+17+10+7}{80}=\frac{38}{80}=\frac{19}{40}$ et $P(A)=\frac{1+3+17+8+11+19}{80}=\frac{59}{80}$

2. $M\cap A$ est l'événement « l'alligator prélevé est un mâle dont la taille est strictement inférieure à 4,2m ». D'où $P(M\cap A)=\frac{1+3+17}{80}=\frac{21}{80}$

3. $P(M\cup A)=P(M)+P(A)-P(M\cap A)=\frac{38}{80}+\frac{59}{80}-\frac{21}{80}=\frac{76}{80}=0{,}95$

Correction **DEVOIR DE MATHEMATIQUES** **sujet B**

Exercice 1 : A traiter par tous les élèves (3 points) QCM

1) On donne l'algorithme ci-contre :

Si on exécute l'algorithme avec a = - 2, on obtient :

a) -4

b) 1

c) 5

d) -4

2) Soit f la fonction définie par $f(x)=3x^3-9x^2+2x-1$

Parmi les trois fenêtres graphiques suivantes, laquelle est **la mieux adaptée** pour voir la courbe ?

a) x appartient à [1 ; 4] et y appartient à [-10 ; 5].

b) x appartient à [-2 ; 4] et y appartient à [-13 ; 7].

c) x appartient à [-3 ; 1] et y appartient à [-10 ; 7].

d) x appartient à [-2 ; 4] et y appartient à [-6 ; 7].

3) Soit la fonction f dont on donne le tableau de variation ci-contre. Alors :

a) $f(1) = 2$

b) $f(3) < f(5)$

c) $f(1) = f(3)$

d) $f(3) > f(5)$

Exercice 2 : A traiter par tous les élèves (3,5 points)

C_f est la courbe d'une fonction f définie [-3 ; 4] et la droite (D) représente une fonction g.
Par lecture graphique, compléter :

1. a) $f(1)=0$

   b) l'image de 0 par g est -1

   c) Le ou les antécédents de 0 par f : - 2 , 1 et 3

2. Résoudre :

   a) $f(x) = 1$ S={ -2, 4 ; 2}.

   b) $f(x) = g(x)$ S= {-2 ; 0,5; 4}

   c) $f(x) > g(x)$ S= [-3 ; -2[U]0,5 ; 4 [

3.

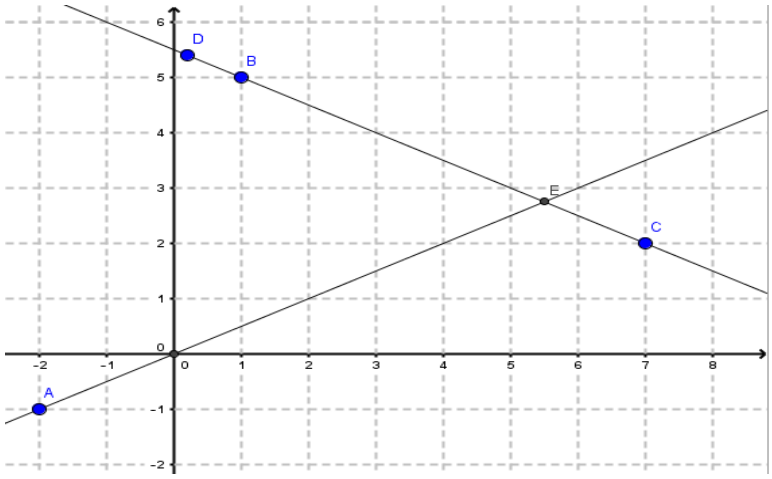
x	-3		0		2		4
Variations de $f(x)$	3	↘	-2	↗	1	↘	-3

4. g s'écrit sous la forme $y=mx+p$ on a $p=-1$ et $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=-\frac{1}{2}$,

d'où l'équation $y=-\frac{1}{2}x-1$

Exercice 3 : A traiter par tous les élèves (4,5 points)

1. Figure



2. a) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(1-(-2))^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(7-1)^2+(2-5)^2}=\sqrt{6^2+(-3)^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(7-(-2))^2+(2-(-1))^2}=\sqrt{9^2+3^2}=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

b) On a AB=BC donc le triangle ABC est isocèle en B. De plus, AC est le plus grand côté.

$AC^2=\sqrt{90^2}=90$ Et $AB^2+BC^2=\sqrt{45^2}+\sqrt{45^2}=45+45=90$

On obtient $AC^2=AB^2+BC^2$. Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est isocèle rectangle en B

3. La droite (BC) s'écrit sous la forme de $y=mx+p$.

$m=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{2-5}{7-1}=\frac{-3}{6}=\frac{-1}{2}$. Le point C appartient à la droite (BC) donc en insérant ses coordonnées dans la droite d'équation $y=\frac{-1}{2}x+p$, on a $2=\frac{-1}{2}\times 7+p$ soit $p=\frac{11}{2}$

D'où l'équation de (BC) : $y=\frac{-1}{2}x+\frac{11}{2}$

4. $\frac{-1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{11}{2}=\frac{-1}{10}+\frac{11}{2}=\frac{-1}{10}+\frac{55}{10}=\frac{54}{10}=\frac{27}{5}$ Donc le point D appartient bien à la droite (BC)

5. a) $\begin{cases} y=0,5x \\ y=-0,5x+5,5 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=0,5x \\ 0,5x=-0,5x+5,5 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=0,5x \\ x=5,5 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=0,5\times 5,5 \\ x=5,5 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=5,5 \\ y=2,75 \end{cases}$

b) $E(5,5\ ;2,75)$ est le point d'intersection des droites (OA) et (BC).

Exercice 4 : A traiter par tous les élèves (4 points)

1. $f(-3)=2(-3)^2-3\times(-3)-5=2\times9+9-5=18+4=22$ et $f(1)=2-3-5=-6$

2. Développons les expressions proposées :

$(x+1)(2x-5)=2x^2-5x+2x-5=2x^2-3x-5=f(x)$

$$2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{49}{8}=2\left(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}\right)-\frac{49}{8}=2x^2-3x+\frac{9}{8}-\frac{49}{8}=2x^2-3x-\frac{40}{8}=2x^2-3x-5=f(x)$$

3. En utilisant la forme canonique de *f* avec $a=2>0, \alpha=\frac{3}{4}$ *et* $\beta=\frac{-49}{8}$, on obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f(x)$		↘	$\frac{-49}{8}$	↗	

4 a) En utilisant la forme factorisée de *f* on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$x+1$	$-$		0	$+$		$+$	
$2x-5$	$-$			$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

b) D'après le tableau de signes précédent, les solutions de l'inéquation f(x) < 0 sont

S=] -1 ; $\frac{5}{2}$ [

Exercice 5 : A traiter par les élèves demandant une série à dominante scientifique (5 points)

Partie A : Vecteurs (3 points)

1. $\vec{RS}=\vec{TU}$

$\begin{pmatrix}1+4\\3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_U-2\\y_U-1\end{pmatrix}$ *soit* $\begin{cases}x_U=1+4+2\\y_U=3-2+1\end{cases}$ *d'où* $\begin{cases}x_U=7\\y_U=2\end{cases}$ Le point L a pour coordonnées (7;2)

2. On sait que $\vec{RS}=\vec{TU}$ donc RSUT est un parallélogramme. I est le milieu de la diagonale [ST]. Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, I est aussi le milieu de l'autre diagonale, qui est [RU]. Les points U, I et R sont donc alignés.

3. a) $\vec{RS}+\vec{RT}=\vec{TU}+\vec{RT}=\vec{RT}+\vec{TU}$ par la relation de Chasles on a : $\vec{RS}+\vec{RT}=\vec{RU}$

b) $\vec{TI}+\vec{RS}+\vec{IR}=\vec{TI}+\vec{IR}+\vec{RS}$ par la relation de Chasles on a : $\vec{TI}+\vec{RS}+\vec{IR}=\vec{TS}$

Partie B : Probabilités (2 points)

1. $P(M)=\frac{1+7+15+13+6}{80}=\frac{42}{80}=\frac{21}{40}$ et $P(A)=\frac{1+3+7+10+15+17}{80}=\frac{53}{80}$

2. $M\cap A$ est l'événement « l'alligator prélevé est un mâle dont la taille est strictement inférieure à 4,2m ».

D'où $P(M\cap A)=\frac{1+7+15}{80}=\frac{23}{80}$

3. $P(M\cup A)=P(M)+P(A)-P(M\cap A)=\frac{42}{80}+\frac{53}{80}-\frac{23}{80}=\frac{72}{80}=0{,}9$

Exercice 5 : A traiter par les élèves demandant une série à dominante littéraire (5 points)

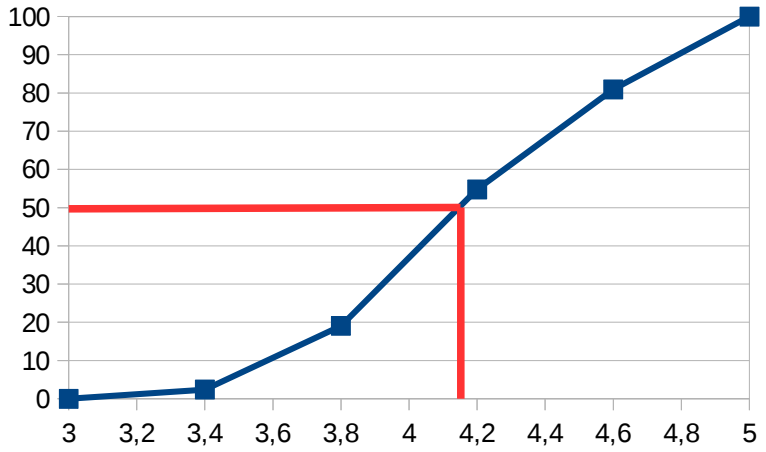
Partie A : Statistiques

1. a) $\bar{x}=\frac{3,2\times 1+3,6\times 7+4\times 15+4,4\times 11+4,8\times 8}{1+7+15+13+6}=\frac{175,2}{42}=4,17\,m$

b)

Taille en mètres	[3;3,4[	[3,4;3,8[	[3,8;4,2[	[4,2;4,6[	[4,6;5[
Mâles	1	7	15	11	8
Fréquence (%)	2,38	16,67	35,71	26,19	19,05
Freq cumul (%)	2,38	19,05	54,76	80,95	100

c) Fréquences cumulées :



La taille médiane est de 4,15 mètres

2. Pour les femelles, la taille médiane est de 4 m et on a $Q_1=3,6$ et $Q_3=4$

3. Il y a 15+11+17+6= 49 alligators dont la taille est comprises entre 3,8 et 4,6m, soit

$\frac{49}{80}=61,25$ %

Partie B : Probabilités

1. $P(M)=\frac{1+7+15+13+6}{80}=\frac{42}{80}=\frac{21}{40}$ et $P(A)=\frac{1+3+7+10+15+17}{80}=\frac{53}{80}$

2. $M\cap A$ est l'événement « l'alligator prélevé est un mâle dont la taille est strictement inférieure à 4,2m ».

D'où $P(M\cap A)=\frac{1+7+15}{80}=\frac{23}{80}$

3. $P(M\cup A)=P(M)+P(A)-P(M\cap A)=\frac{42}{80}+\frac{53}{80}-\frac{23}{80}=\frac{72}{80}=0,9$