

NOM :	DEVOIR DE MATHÉMATIQUES	sujet A
PRÉNOM :	Durée : 2 heures	2^{de}
Calculatrice autorisée		
Orientation souhaitée : S, STI2D ou STL <input type="checkbox"/> Autre orientation <input type="checkbox"/> (cocher la bonne case)		

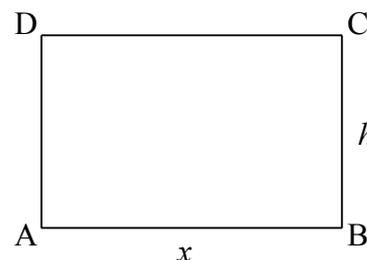
C1 : Savoir et utiliser des connaissances.	
C2 : Rechercher l'information utile.	
C3 : Argumenter, résoudre, démontrer.	
C4 : Communiquer un résultat.	
C5 : Utiliser des logiciels, des algorithmes.	
A : Prendre des initiatives, critiquer un résultat.	

Exercice 1 : 8 points

Un rectangle ABCD a un périmètre constant égal à 40 cm mais sa longueur et sa largeur ne sont pas fixées.

On note $x = AB$ et $h = BC$ (longueur et largeur en cm).

Le but final de l'exercice est de trouver ses dimensions pour qu'il ait une aire S maximale.



Méthode 1 : à l'aide d'une fonction.

- 1) Expliquer pourquoi x appartient à l'intervalle $[0 ; 20]$. **C2**
- 2) En raisonnant sur le périmètre, montrer que $h = 20 - x$. **C3**
- 3) En déduire que l'expression de l'aire S du rectangle en fonction de x est $S(x) = 20x - x^2$. **C1**
- 4) a) Justifier que la fonction S est un polynôme du second degré. **C1**
 b) Résoudre l'équation $S(x) = 0$ et en déduire l'abscisse du sommet de la parabole. **C3 C2**
 c) En déduire la valeur de x qui rend l'aire maximale et déterminer les dimensions du rectangle correspondant. **C2**
- 5) a) À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeur en annexe (**page 4**). **C5**
 b) Tracer la courbe représentative de S dans le repère fourni en annexe (**page 4**). **C1**

Méthode 2 : à l'aide d'un algorithme

C5

On veut créer un algorithme qui donnerait une valeur approchée à l'unité de la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est maximale. Pour cela on utilise la méthode dite du balayage, c'est-à-dire qu'on teste toutes les valeurs entières de x comprises entre 0 et 20. Nous avons commencé à écrire l'algorithme ci-contre, à vous de le compléter :

```

Variables n, i, S et T
S prend_la_valeur 0
n prend_la_valeur 0
Pour i allant de 0 à .....
    T prend_la_valeur 20i - i^2
    Si T > S
        Alors
            S prend_la_valeur T
            n prend_la_valeur i
        Fin_si
    Fin_Pour
Afficher « l'aire est maximale lorsque x
vaut »
Afficher .....
Afficher « l'aire est alors de »
Afficher .....
  
```

Exercice 2 : 7 points

Partie A :

En fin de journée, une commerçante relève tous les tickets de caisse lui permettant de savoir :

- Le moyen de paiement utilisé pour payer : cartes bancaires, chèques ou espèces.
- Le montant des achats qu'elle classe en 2 groupes : montants de moins de 10 euros et montants supérieurs ou égaux à 10 euros.

Elle fait le tableau suivant qui recense le nombre de tickets suivant ses critères :

montant	Par carte bancaire	Par chèque	En espèces
Inférieur à 10 euros	25	0	60
Supérieur ou égal à 10 euros	50	50	15

1) La caissière choisit au hasard un ticket parmi les 200 tickets de caisse.

Soient A l'événement « Le montant de l'achat est inférieur à 10 euros » ;

B l'événement « Le paiement a été fait par carte bancaire » ;

C l'événement « Le paiement a été fait en espèces ».

- a) Calculer la probabilité de l'événement A et celle de l'événement B. **C1**
- b) Décrire par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$. **C4**
- c) Calculer $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$. **C1**
- d) Décrire par une phrase \bar{C} , l'événement contraire de C, et calculer sa probabilité. **C4 C1**

2) La caissière a pris un ticket provenant d'un paiement par carte bancaire, quelle est la probabilité que son montant soit supérieur ou égal à 10 euros ? **C2**

Partie B :

À chaque paiement par carte bancaire, des frais lui sont facturés par la banque. Elle décide donc d'apposer une affiche sur un mur de son magasin avec le texte suivant : « le patron préfère les chèques ou les espèces ».

Elle sait qu'avant qu'elle ne mette l'affiche, environ 40 % des paiements étaient effectués par carte bancaire. Sur les 500 paiements qui ont suivi l'affichage, 170 ont été effectués par carte bancaire.

Pouvez-vous aider la commerçante à savoir si son affichage a eu une influence sur le comportement de ses clients ? Expliquer votre démarche. **A**

Exercice 3 : 5 points**(pour les élèves souhaitant une orientation AUTRE QUE en S, STI2D ou STL)**

On a demandé à 200 élèves de seconde du lycée Quoteville de chronométrer leur temps de travail personnel le soir durant une semaine. Les résultats de cette enquête sont regroupés dans le tableau suivant :

Temps (en minutes)	[0 ; 40[[40 ; 60[[60 ; 80[[80 ; 100[[100 ; 120[[120 ; 150[[150 ; 200[
Nombre de lycéens	20	30	10	50	45	20	25
E.E.C.							

- 1) Calculer le temps moyen de travail de ce groupe (montrer le détail des calculs). C1
- 2) a) Compléter la dernière ligne du tableau avec les effectifs cumulés croissants. C1
 b) Interpréter à l'aide d'une phrase la valeur située dans la case grisée. C4
- 3) a) Construire le polygone des effectifs cumulés croissants. C1
 b) Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane, du premier et du troisième quartile. (faire apparaître les traits ayant permis la lecture sur le graphique). C2
 c) Déterminer graphiquement le nombre de lycéens étudiant au plus 50 minutes le soir (faire apparaître les traits ayant permis la lecture sur le graphique). C2

Exercice 3 : 5 points**(pour les élèves souhaitant une orientation en S, STI2D ou STL)**

Dans un repère orthonormé $(O ; I, J)$, on considère les points : $A(-2 ; 2)$, $B(2 ; 6)$, $C(4 ; 4)$ et on appelle \mathcal{C} le cercle de diamètre $[AC]$.

- 1) Calculer les coordonnées du point E, centre du cercle \mathcal{C} . C1
- 2) Calculer la distance AC. C1
- 3) Montrer que le point B appartient au cercle \mathcal{C} . C3
- 4) a) Montrer que le triangle ABC est rectangle. C3
 b) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AO} et \overrightarrow{BC} (O étant l'origine du repère). C1
 c) Quelle est la nature du quadrilatère AOCB ? C1
- 5) Soit D $(-4 ; 1)$. Déterminer l'équation de la droite (AD). C1 C3
- 6) Le point F $(-1 ; 2)$ appartient-il à (AD) ? C1

ANNEXES (exercice 1)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(x)$											

