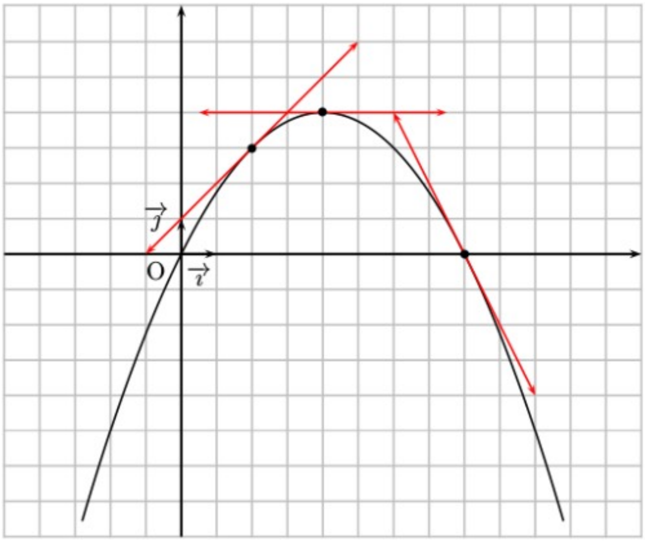
Nom : **CONTRÔLE sur les DÉRIVÉES** STS1
Prénom :



Exercice 1 : **(5 points)**

La parabole ci-contre représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$.

1. a. Rappeler l'interprétation graphique de $f'(2)$.

$f'(2)$ est le nombre dérivé en 2, c'est-à-dire le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.

b. Par lecture graphique, donner les valeurs de $f'(x)$ pour $x = 2$; $x = 4$ et $x = 8$.

$f'(2) = 1$; $f'(4) = 0$ et $f'(8) = –2$.

2. Calculer $f'(x)$ et vérifier les résultats de la question **1. b.**

$f'(x) = -\frac{1}{4} \times 2x + 2 = -\frac{1}{2}x + 2$. Donc $f'(2) = -\frac{1}{2} \times 2 + 2 = 1$; $f'(4) = -\frac{1}{2} \times 4 + 2 = 0$

et $f'(8) = -\frac{1}{2} \times 8 + 2 = –2$.

Exercice 2 : **(5 points)**

Soit $f(x) = x^3 + 2x + 1$ pour x dans $[0 ; 1]$.

1. Calculer la fonction dérivée de f.

$f'(x) = 3x^2 + 2$.

2. En déduire le tableau de variations de f sur $[0 ; 1]$.

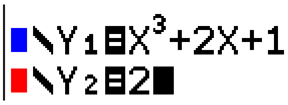
$x^2 \geqslant 0$, donc $3x^2 + 2 > 0$. f est donc strictement croissante sur $[0 ; 1]$. $f(0) = 1$ et $f(1) = 4$. D'où le tableau de variations suivant :

x	0		1
$f'(x)$		+	
$f(x)$	1	↗	4

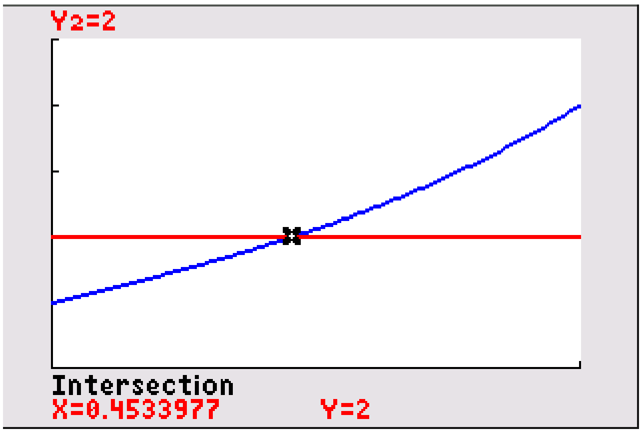
3. En déduire que l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique α sur $[0 ; 1]$.

Rédaction rigoureuse :
f est continue (polynôme), strictement croissante sur $[0 ; 1]$ et $2 \in f([0 ; 1])$, donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[0 ; 1]$.
Rédaction suffisante :
D'après le tableau de variation complété ci-dessus, l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[0 ; 1]$ (car $f(0) < 2 < f(1)$).

4. À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.



avec la fenêtre
Xmin = 0 ; Xmax = 1
Ymin = 0 ; Ymax = 5



La calculatrice nous donne $\alpha \approx 0{,}4533977$,
Donc $0{,}45 < \alpha < 0{,}46$

<u>Exercice 3 :</u> (4 points)

Soit $f(x) = \dfrac{x+2}{2x+1}$ pour x dans $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

1. Calculer la fonction dérivée de *f*.

f est de la forme $\dfrac{u}{v}$, avec $u(x) = x + 2$ et $v(x) = 2x + 1$, donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = 2$.

Donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$, soit $f'(x) = \dfrac{(2x+1) - 2(x+2)}{(2x+1)^2} = \dfrac{2x+1-2x-4}{(2x+1)^2} = \dfrac{-3}{(2x+1)^2}$.

2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de *f* en son point d'abscisse 0.

La tangente au point d'abscisse 2 a pour équation $y = f'(0)(x - 0) + f(0) = f'(0)\times x + f(0)$.

Or, $f(0) = \dfrac{2}{1} = 2$ et $f'(0) = \dfrac{-3}{1^2} = -3$, donc la tangente a pour équation $y = -3x + 2$.

Et on vérifie :