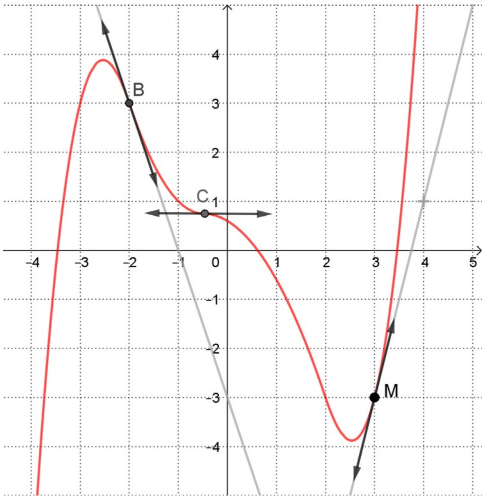
Nom : **DS du 13 janvier 2023** STS1
Prénom :

Exercice 1 : ***8 points***

Cet exercice est à compléter sur l'énoncé.

1. La courbe ***C*** ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur [–4 ; 4]. Les droites tracées sont des tangentes à la courbe ***C*** aux points d'abscisses –2 ; $-\frac{1}{2}$ et 3.



a. Par lecture graphique donner :

$f(-2) = 3$ $f'(-2) = -3$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0{,}8$ $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

$f(3) = -3$ $f'(3) = 4$

b. Déterminer l'équation de la tangente tangente à la courbe de f :

Au point d'abscisse –2 :

$y = f'(-2)(x-(-2)) + f(-2)$,

soit, d'après la question précédente $y = -3(x+2) + 3$

$\Leftrightarrow y = -3x - 3$

c. Donner le nombre et une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Sur le graphique, la courbe coupe 3 fois l'axe des abscisses, l'équation $f(x) = 0$ admet donc 3 solutions qui sont environ –3,5 ; 0,5 et 3,4.

2. Soit $g(x) = 2x \ln(x-1)$, pour x réel dans]1 ; +∞[.

a. Déterminer la fonction g' dérivée de g.

g est de la forme uv avec $u(x) = 2x$ et $v(x) = \ln w$ ou $w(x) = x - 1$ donc $w'(x) = 1$

donc $u'(x) = 2$ et $v' = \frac{w'}{w}$, soit $v'(x) = \frac{1}{x-1}$.

Donc $g' = u'v + uv'$, soit $g'(x) = 2\ln(x-1) + \frac{2x}{x-1}$.

b. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 2.

$g(2) = 2\times2\times\ln 1 = 0$ et $g'(2) = 2\ln 1 + \frac{4}{1} = 4$, donc l'équation de la tangente est : $y = 4(x-2) + 0$

soit $y = 4x - 8$.

Exercice 2 : ***6 points***

On considère la suite géométrique (u_n), de raison 0,8 et de premier terme $u_0=60$.

1. a. Algorithme :

U ← 60 Pour N allant de 1 à 24 U ← 0,8 × U Fin Pour Afficher U	ou	U ← 60 (ou n'importe quelle valeur ici) Pour N allant de 1 à 24 U ← $60*0,8^N$ Fin Pour Afficher U

b. Pour tout entier naturel *n*, $u_n=u_0 q^n=60\times 0,8^n$.
c. On obtient $u_{24}=60\times 0,8^{24}\approx 0,283$.

2. En utilisant le tableur de la calculatrice, on trouve que pour $0\leq n\leq 38$ $u_n>0,01$ ($u_{38}\approx 0,012$) ; et que $u_{39}<0,01$ ($u_{39}\approx 0,00997$), donc 39 est le premier rang *n* où $u_n<0,01$.
Autre méthode : on résout $60\times 0,8^n<0,01$: $0,8^n<\frac{1}{6000}$; $\ln(0,8^n)<\ln(\frac{1}{6000})$ (ln est croissante) ;
$n\ln 0,8<\ln\left(\frac{1}{6000}\right)$; or $\ln\left(\frac{1}{6000}\right)=-\ln(6000)$ et ln 0,8 <0 , donc $n>\frac{-\ln(6000)}{\ln 0,8}$, soit $n\geq 39$.

3. On souhaite calculer la somme $S_{24}=u_0+u_1+\cdots+u_{24}$.
a. Un seul des algorithmes permet de calculer la somme S_{24} et de l'afficher : il s'agit de l'algorithme 1. A chaque boucle on calcule le terme de rang N (N=compteur de boucle) que l'on ajoute à la somme déjà obtenue (on élimine algo 2). Lors de la première boucle, N=0, et $U_0=60\times 0,8^N=S_0$, donc S doit être initialisée à 0 et non 60 car sinon U_0 est comptabilisé deux fois dans la somme (on élimine algo 3 et validons l'algo 1).

b. $S_{24}=\sum_{n=0}^{24}(60\times 0,8^n)\approx 299.$

On peut aussi utiliser la formule : $S_{24}=60\times\frac{1-0,8^{25}}{1-0,8}$

Exercice 3 : ***6 points***

Dans un atelier, deux apprentis s'exercent à fabriquer des pièces en bois. Afin de comparer leur savoir faire, ils relèvent chacun la longueur de 100 pièces, mesurant théoriquement 130 mm, réalisées par leurs soins.

Les mesures obtenues sont présentées dans les tableaux suivants :

Longueur (en mm)	126	127	128	129	130	131	132	133	179
Nombre de pièces	2	2	3	16	48	21	5	2	1
effectifs cumulés croissants	2	4	7	24	71	92	97	99	100

1. Déterminer la médiane et l'écart interquartile de cette série.

Comme il y a 100 pièces, la médiane est la moyenne entre la $50^{\text{ème}}$ et la $51^{\text{ème}}$ valeur. Q_1 est la $25^{\text{ème}}$ valeur et Q_3 la $75^{\text{ème}}$. On obtient donc :

Q_1	Med	Q_3
130	130	131

Et donc l'écart interquartile vaut 131 – 130 = 1.

2. a. Donner la moyenne et l'écart type de cette série. Arrondir aux centièmes pour l'écart type.

D'après la calculatrice, la moyenne est à 130,5 et l'écart-type à 5,01 (arrondi aux centièmes)

b. Tracer le diagramme en boite (ou boîte à moustache) de cette série.