

Nom :  
Prénom :

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES  
30 min

STS 1

Sur un parcours donné, la consommation  $C$  d'une voiture est donnée en fonction de sa vitesse moyenne  $x$  par le tableau suivant :

$x$ (en km/h)	80	90	100	110	120
$C$ (en L/100km)	4,2	5	6,5	8,2	10,2

1. a. Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique  $(x_i ; C_i)$  dans un repère orthogonal du plan, on prendra : 2 cm pour 10 km/h sur l'axe des abscisses, et on commencera l'axe à l'abscisse 50, 1 cm pour 1 L sur l'axe des ordonnées.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage et le placer sur le graphique.

Point moyen  $G$  du nuage :  $\bar{x}=100$  et  $\bar{C}=6,82$  donc  $G(100 ; 6,82)$

c. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de  $C$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients au millième), ainsi que le coefficient de corrélation.

Équation de la droite d'ajustement affine de  $C$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés :  
 $C=0,152x - 8,380$  et  $r \approx 0,989$

d. Construire cette droite sur la graphique (justifier).

La droite passe par les points dont les coordonnées sont dans le tableau suivant :

$x$	80	120
$C$	3,78	9,86

e. En utilisant cet ajustement, estimer par le calcul la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture pour une vitesse de 140 km/h. Vérifier la cohérence du résultat obtenu avec le graphique (faire des pointillés).

Si  $x = 140$ , alors  $C = 0,152 \times 140 - 8,38 = 12,9$ .

2. La forme du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose  $z = \ln C$ .

a.

Compléter le tableau avec des valeurs arrondies au millième :

$x$	80	90	100	110	120
$C$	4,2	5	6,5	8,2	10,2
$z$	1,435	1,609	1,871	2,14	2,322

On admet que la droite d'ajustement de  $z$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés, a pour équation :  $z = 0,023x - 0,401$  et que le coefficient de corrélation vaut environ 0,999.

b. Justifier que cet ajustement est « meilleur » que le précédent.

Le coefficient de corrélation est plus proche de 1, l'ajustement affine est donc meilleur.

c. Montrer que  $C$  s'écrit sous la forme  $C = Ae^{Bx}$  (donner  $A$  et  $B$  arrondis à  $10^{-3}$ ).

Comme  $z = \ln C$ ,  $C = e^z = e^{0,023x - 0,401} = e^{-0,401} e^{0,023x}$ , donc  $A = e^{-0,401} \approx 0,670$  et  $B = 0,023$ .

d. En déduire la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture pour une vitesse de 140 km/h avec ce nouvel ajustement.

Si  $x = 140$ , alors  $C = 0,67e^{0,023 \times 140} \approx 16,8$ .

