

## Corrigé

**Exercice 1 : 6 points**

Soient A et B deux événements tels que  $P(A) = 0,2$ ,  $P(B) = \alpha$  et  $P(A \cup B) = 0,5$ . Déterminer  $\alpha$  dans chacun des cas suivants :

Dans tous les cas on a  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  (E)

a) A et B sont incompatibles ;

Ici,  $P(A \cap B) = 0$ , donc (E) revient à  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Leftrightarrow 0,5 = 0,2 + \alpha$ , soit  $\alpha = 0,3$ .

b) A et B sont indépendants ;

Ici,  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,2\alpha$  donc (E) revient à  $0,5 = 0,2 + \alpha - 0,2\alpha$  soit  $0,3 = 0,8\alpha$ , donc

$$\alpha = \frac{0,3}{0,8} = 0,375.$$

c) A est une partie de B.

Ici,  $\alpha = P(B) = P(A \cup B) = 0,5$ .

**Exercice 2 : 4 points**

Dans un jeu de 32 cartes, on tire une carte au hasard.

- A est l'événement « La carte tirée est un cœur »

- B est l'événement « La carte tirée est un roi »

Démontrer que les événements A et B sont indépendants.

$P(A) = \frac{1}{4}$  car dans un jeu de 32 cartes, il y a autant de cœurs, de piques, de carreaux et de trèfles (8 de chaque)

$P_B(A)$  est la probabilité de tirer un cœur sachant qu'on a tiré un roi. On a bien aussi  $P_B(A) = \frac{1}{4}$  car il y a un roi de chaque couleur.

Nous avons donc  $P_B(A) = P(A)$ , les événements A et B sont donc indépendants.

**Remarque :** on aurait pu aussi montrer que  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ .

**Exercice 3 : 5 points**

Les probabilités seront arrondies au millième si nécessaire.

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs. Il achète 80% de ses boîtes chez le fournisseur A et 20% chez le fournisseur B.

10% des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20% de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les événements suivants :

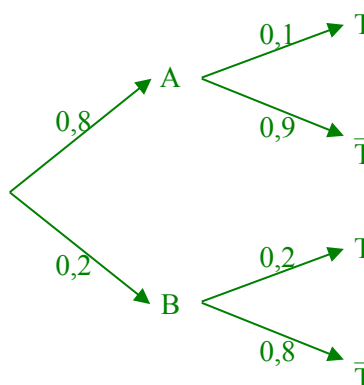
A : « la boîte provient du fournisseur A » ;

B : « la boîte provient du fournisseur B » ;

T : « la boîte présente des traces de pesticides ».

1. Traduire l'énoncé en complétant

l'arbre pondéré ci-contre :



2. a/ Quelle est la probabilité de l'événement  $B \cap \bar{T}$  ?

$$P(B \cap \bar{T}) = 0,2 \times 0,8 = 0,16.$$

b/ Montrer que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88  
Nous cherchons  $P(\bar{T})$ .

Comme A et B forment une partition de l'univers,  $P(\bar{T}) = P(B \cap \bar{T}) + P(A \cap \bar{T}) = 0,16 + 0,8 \times 0,9 = 0,88$ .

3. On constate que la boîte prélevée ne présente pas de trace de pesticides.

Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

$$P_{\bar{T}}(B) = \frac{P(B \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,16}{0,88} = \frac{2}{11} \approx 0,182$$