

Nom :
Prénom :

Corrigé du Contrôle de maths

STS2

Exercice 1 (3 points) QCM : Entourer la bonne réponse

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total de l'exercice est négatif, il est ramené à 0

$f(x) = \frac{5}{x^2}$, alors F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$:	$F(x) = \frac{5}{x} + 3$	$F(x) = \frac{-5}{x} + 1$	$F(x) = \frac{-10}{x^3}$
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 2x)(x^3 - 3x^2 + 1)^3$ a pour primitive	$\left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x\right)^4$	$\frac{1}{12}(x^3 - 3x^2 + 1)^4$	$\left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x\right)^4$
Une primitive de la fonction f définie sur $] -2; 2[$ par $f(x) = \frac{3x}{(x^2 - 4)^3}$ est	$F(x) = -\frac{3}{4(x^2 - 4)^4}$	$G(x) = \frac{3}{4(x^2 - 4)^4}$	$H(x) = -\frac{3}{4(x^2 - 4)^2}$

Exercice 2 (2 points)

1°) Dans chacun des cas suivants, indiquer, en justifiant la réponse, si la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I .

a) $I =]0; +\infty[$; $F(x) = 3 \ln x + 5x^2 + 4$; $f(x) = \frac{3}{x} + 10x$.

$F'(x) = 3 \times \frac{1}{x} + 5 \times 2x = \frac{3}{x} + 10x = f(x)$. Donc F est une primitive de f .

b) $I =]0; +\infty[$; $F(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x}$; $f(x) = -\frac{2}{x^3} + 3 \ln x$.

$F(x) = x^{-2} + 3 \times \frac{1}{x}$, donc $F'(x) = -2x^{-3} + 3 \left(-\frac{1}{x^2}\right) \neq f(x)$ donc F n'est pas une primitive de f .

Exercice 3 : (3 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de la fonction f .

a) $f(x) = x + 4e^{-3x}$. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{4}{3}e^{-3x} + c$; $c \in \mathbb{R}$.

b) $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} = (x-2)^{-2} = u'u^n$, avec $u(x) = x-2$, donc $u'(x) = 1$, et $n = -2$.

Donc $F(x) = \frac{u^{n+1}}{n+1} = \frac{(x-2)^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x-2} + c$; $c \in \mathbb{R}$.

Exercice 4 : (4 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive F de la fonction f qui satisfait la condition donnée :

a) $f(x) = x^2 - x + 1$ avec $F(1) = 0$

Les primitives de f sont $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + c$; $c \in \mathbb{R}$.

Or $F(1) = 0 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 + c$, donc $c = -\frac{5}{6}$.

Donc $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \frac{5}{6}$

b) $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ avec $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$.

Les primitives de f sont $F(x) = -\frac{1}{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + c$; $c \in \mathbb{R}$.

Or $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + c = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + c = \frac{1}{4} + c = 1$, donc $c = 0,75$.

Donc $F(x) = -\frac{1}{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 0,75$.

Exercice 5 : (6 points)

Dans chacun des cas, calculer les intégrales proposées :

a) $\int_0^1 x + 2 + \frac{1}{x+2} dx = \left[\frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2) \right]_0^1 = 0,5 + 2 + \ln 3 - (0 + 0 + \ln 2) = 3 + \ln 3 - \ln 2 = 2,5 + \ln 1,5$.

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x + \sin(2x) dx = \left[-2 \cos x - \frac{1}{2} \cos(2x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(-2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cos \pi \right) - \left(-2 \cos(0) - \frac{1}{2} \cos 0 \right) = (0 + 0,5) - (-2 - 0,5) = 3$

Exercice 6 : (2 points)

Dans chacun des cas, à l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième des intégrales suivantes :

a) $\int_3^4 \frac{x+1}{(x-2)^2} dx \approx 2,19$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx \approx 0,35$.