# *CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES*

**Dans tout le contrôle, on arrondira les résultats à $10^{-3}$ si nécessaire.**

**Exercice 1 : (6 points)**

Le cahier des charges de l'usinage d'une tige prévoit pour sa longueur, en cm, l'intervalle de tolérance $[4{,}40 ; 4{,}80]$.

On désigne par $X$ la variable aléatoire mesurant, en cm, la longueur d'une tige prise au hasard dans la production.

**1)** Le service qualité constate que les longueurs d'un premier lot de tiges fabriquées correspond à une distribution normale de moyenne $\mu = 4{,}52$ cm et d'écart-type $\sigma = 0{,}21$ cm.

Quelle est la probabilité qu'une pièce prise au hasard dans ce lot, soit acceptable ?

**2)** Après un réglage de la machine, on obtient un deuxième lot dont les longueurs suivent la loi normale $\mathcal{N}(4{,}5 ; 0{,}04)$. Quelle doit être la valeur de $a$ pour que $P(4{,}5 - a \leqslant X \leqslant 4{,}5 + a) = 90\ \%$ ?

**3)** Un incident sur le système électrique dérègle la machine. Nous savons que cette fois $\mu = 5$ et que $P(4{,}5 \leqslant X \leqslant 5{,}5) = 0{,}8$. Combien vaut $\sigma$.

**Exercice 2 : (6 points)**

On désigne par $X$ la variable aléatoire donnant la durée de vie, en heures, d'un composant électronique. On suppose que $X$ suit la loi exponentielle d'espérance 2000.

**1)** Déterminer la paramètre $\lambda$ de la loi exponentielle et donner la fonction densité.

**2)** Quelle est la probabilité qu'un composant soit encore en état de marche au bout de 500 h ?

**3)** Quelle est la probabilité qu'un composant soit encore en état de marche au bout de 600 h sachant qu'il est toujours en état de marche au bout de 200 h ?

**4)** Quel est la durée $t$ pour laquelle $P(X \geqslant t) = 0{,}5$.

**Exercice 3 : (2 points)**

Thomas a dit qu'il passerait voir Anita à un moment quelconque entre 18h30 et 21h00 (on suppose donc que la variable aléatoire $X$ indiquant l'heure de son arrivée suit une loi uniforme $\mathcal{U}(18{,}5 ; 21)$).

Quelle est la probabilité qu'il arrive pendant son feuilleton préféré qui dure de 19h à 19h30 ?

**Exercice 4 : (6 points)**

Dans une revue on peut lire: « On estime à 39,5% le pourcentage de Français ne partant pas en vacances dans le courant de l'année ».

On considère 500 personnes prises au hasard avec remise dans la population française.

On désigne par $X$ la variable aléatoire mesurant, parmi ces 500 personnes, le nombre de celles qui ne partent pas en vacances dans le courant de l'année.

**1)** Expliquer pourquoi $X$ suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.

**2)** Calculer l'espérance et l'écart type de $X$.

**3)** Calculer $P(X = 200)$.

**4)** Quelle est la probabilité que plus de 300 personnes prises au hasard partent en vacances ?