Nom : **TEST DE RENTRÉE DE MATHÉMATIQUES** **Spé math Term**
Prénom : **Sujet A**

1 heure

Les réponses sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Exercice 1 *3 points*

Ce Q.C.M. comporte 4 questions. Pour chaque question, **entourez la ou les bonnes réponses**.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point.

On se place dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Données	a	b	c	d
1. ABCD est un carré de côté a $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$ =	a^2	$-a^2$	0	$2a$
2. Dans un triangle ABC , on a AC = 4 ; AB = 5 et $\widehat{BAC} = 60°$	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 10$	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = -10$	$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC} = -10$	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 20$
3. Dans un repère orthonormé, soient deux vecteurs $\vec{u}$ (3 ; –8) et $\vec{v}$ (2 ; –5). Alors $\vec{u}\cdot\vec{v}$ =	1	–31	–34	46
4. $2x + 3y + 1 = 0$ est une équation cartésienne de droite	de vecteur directeur $\vec{u}$ (–3 ; 2)	de vecteur normal $\vec{u}$ (3; –2)	de vecteur normal $\vec{u}$ (2 ; 3)	de coefficient directeur $m=\frac{-2}{3}$

Exercice 2 *3 points*

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $-x^2 + 2x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 12 = 16$

L'équation a donc deux solutions :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-4}{-2}=3$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+4}{-2}=-1$

b) $2x^2 - 3x + 5 < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 40 = -31$

Le trinôme n'a donc pas de racine et reste tout le temps du signe de $a = 2$, il est donc positif sur $\mathbb{R}$.

$S = \varnothing$.

Exercice 3 *4 points*

1. (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 3$. On donne $v_0 = 2$.

a) Exprimer v_n en fonction de n.

$v_n = v_0 \times q^n = 2\times 3^n$.

b) Calculer v_{11}.

$v_{11} = 2\times 3^{11} = 354\ 294$.

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$. On donne $u_5 = 3$.

a) Exprimer u_n en fonction de n.

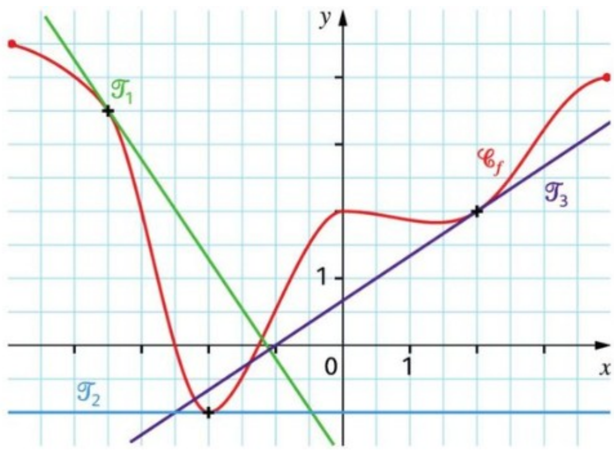
$u_n = u_0 + nr = u_5 + (n - 5)r = 3 + (n - 5)\times 2 = 3 + 2n - 10 = 2n - 7$.

b) Calculer u_0.

$u_0 = 2\times 0 - 7 = -7$.

Exercice 4 *6,5 points*

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5 ; 4]$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative ci-contre. $\mathscr{T}_1$, $\mathscr{T}_2$ et $\mathscr{T}_3$ sont les tangentes à $\mathscr{C}_f$.



Déterminer graphiquement :

On rappelle que $f(x)$ se lit sur l'axe des ordonnées et que $f'(x)$ est le nombre dérivé, donc le coefficient directeur de la tangente.

$f(-3,5) = 3,5$; $f'(-3,5) = -1,5$

$f(-2) = -1$; $f'(-2) = 0$

2. Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants (*on simplifiera au maximum l'expression trouvée*) :

a) $f(x) = (3+2x)\sqrt{x}$

$f = uv$ avec $u(x) = 3 + 2x$ et $v(x) = \sqrt{x}$

donc $u'(x) = 2$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

donc $f' = u'v + uv'$, soit $f'(x) = 2\sqrt{x} + \dfrac{3+2x}{2\sqrt{x}}$

$= \dfrac{4x}{2\sqrt{x}} + \dfrac{3+2x}{2\sqrt{x}} = \dfrac{3+6x}{2\sqrt{x}}$

b) $f(x) = \dfrac{3x^2}{x-2}$

$f = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 3x^2$ et $v(x) = x - 2$

donc $u'(x) = 6x$ et $v'(x) = 1$

Donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$,

soit $f'(x) = \dfrac{6x(x-2) - 3x^2}{(x-2)^2} = \dfrac{3x^2 - 12x}{(x-2)^2}$.

3. f est une fonction définie et dérivable sur $[-2 ; 5]$. Le signe de sa dérivée f' est donné ci-dessous. Donner le sens de variation de f dans le tableau ci-dessous.

x	-2		0		2		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice 5 *3,5 points*

1. Simplifier les expressions suivantes : a) $e^{-3x} \times e^{4x} = e^{-3x+4x} = e^x$ b) $\dfrac{e^{2x+2}}{e^{2x}} = e^{2x+2-2x} = e^2$.

2. Développer puis simplifier l'expression suivante $(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + 2e^x e^{-x} + e^{-2x} = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$.

3. Dériver les fonction suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

a) $f(x) = 8e^{-0,26x}$

$f(x) = 8e^{ax+b}$, avec $a = -0,26$ et $b = 0$

Donc $f'(x) = 8ae^{ax+b} = 8\times(-0,26)e^{-0,26x} = -2,08e^{-0,26x}$

b) $g(x) = (x-5)e^x$.

$g = uv$ avec $u(x) = x - 5$ et $v(x) = e^x$

donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = e^x$

donc $g' = u'v + uv'$, soit $g'(x) = e^x + (x-5)e^x$

$= (1 + x - 5)e^x$

$= (x-4)e^x$

Nom : **TEST DE RENTRÉE DE MATHÉMATIQUES** **Spé math Term**

Prénom : **Sujet B**

1 heure

Les réponses sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Exercice 1 *3 points*

Ce Q.C.M. comporte 4 questions. Pour chaque question, **entourez la ou les bonnes réponses**.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point.

On se place dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Données	a	b	c	d
1. ABCD est un carré de côté a $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}$ =	a^2	$-a^2$	0	$2a$
2. Dans un triangle ABC, on a AC = 4 ; AB = 5 et $\widehat{BAC}$ = 120°	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=10$	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-10$	$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=-10$	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=20$
3. Dans un repère orthonormé, soient deux vecteurs $\vec{u}$ (4 ; –5) et $\vec{v}$ (3 ; –6). Alors $\vec{u}\cdot\vec{v}$ =	42	–48	–39	–18
4. $3x + 4y + 2 = 0$ est une équation cartésienne de droite	de vecteur normal $\vec{u}$ (4; –3)	de vecteur normal $\vec{u}$ (3 ; 4)	de vecteur directeur $\vec{u}$ (–4 ; 3)	de coefficient directeur $m=\frac{-3}{4}$

Exercice 2 *3 points*

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $-x^2 + 4x + 5 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 20 = 36$

L'équation a donc deux solutions :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-6}{-2}=5$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+6}{-2}=-1$

b) $2x^2 - 5x + 5 < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 40 = -15$

Le trinôme n'a donc pas de racine et reste tout le temps du signe de $a = 2$, il est donc positif sur $\mathbb{R}$.

$S = \varnothing$.

Exercice 3 *4 points*

1. (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$. On donne $v_0 = 3$.

a) Exprimer v_n en fonction de n.

$v_n = v_0 \times q^n = 3\times 2^n$.

b) Calculer v_{15}.

$v_{15} = 3\times 2^{15} = 98\,304$

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$. On donne $u_4 = 10$.

a) Exprimer u_n en fonction de n.

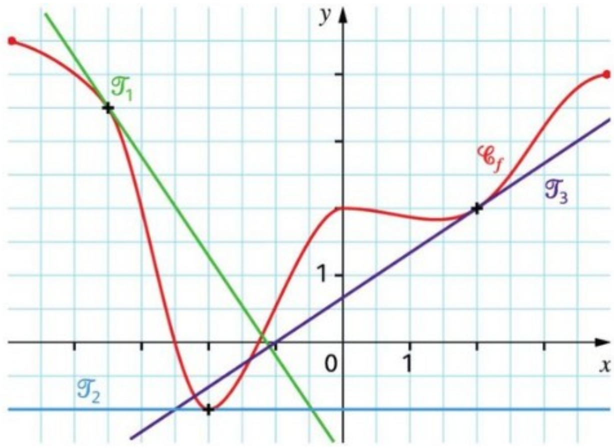
$u_n = u_0 + nr = u_4 + (n-4)r = 10 + (n-4)\times 3 = 10 + 3n - 12 = 3n - 2$.

b) Calculer u_0.

$u_0 = 3\times 0 - 2 = -2$.

Exercice 4 *6,5 points*

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5\,;4]$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative ci-contre. $\mathscr{T}_1$, $\mathscr{T}_2$ et $\mathscr{T}_3$ sont les tangentes à $\mathscr{C}_f$.



Déterminer graphiquement :

On rappelle que $f(x)$ se lit sur l'axe des ordonnées et que $f'(x)$ est le nombre dérivé, donc le coefficient directeur de la tangente.

$f(-2) = -1$; $f'(-2) = 0$

$f(2) = 2$; $f'(2) = \dfrac{2}{3}$

2. Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants (*on simplifiera au maximum l'expression trouvée*) :

a) $f(x) = (2-x)\sqrt{x}$

$f = uv$ avec $u(x) = 2 - x$ et $v(x) = \sqrt{x}$

donc $u'(x) = -1$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

donc $f' = u'v + uv'$, soit $f'(x) = -\sqrt{x} + \dfrac{2-x}{2\sqrt{x}}$

$= \dfrac{-2x}{2\sqrt{x}} + \dfrac{2-x}{2\sqrt{x}} = \dfrac{2-3x}{2\sqrt{x}}$

b) $f(x) = \dfrac{2x^2}{x+3}$

$f = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 2x^2$ et $v(x) = x + 3$

donc $u'(x) = 4x$ et $v'(x) = 1$

Donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$,

soit $f'(x) = \dfrac{4x(x+3) - 2x^2}{(x+3)^2} = \dfrac{2x^2 + 12x}{(x+3)^2}$.

3. f est une fonction définie et dérivable sur $[-3\,;\,4]$. Le signe de sa dérivée f' est donné ci-dessous. Donner le sens de variation de f dans le tableau ci-dessous.

x	-3		0		1		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↗		↘	

Exercice 5 *3,5 points*

1. Simplifier les expressions suivantes : a) $e^{4x} \times e^{-2x} = e^{4x-2x} = e^{2x}$ b) $\dfrac{e^{5x+1}}{e^{5x}} = e^{5x+1-5x} = e^1 = e$.

2. Développer puis simplifier l'expression suivante $(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + 2e^x e^{-x} + e^{-2x} = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$.

3. Dériver les fonction suivantes définies sur $\mathbb{R}$ par :

a) $f(x) = 8e^{-0{,}35x}$

$f(x) = 8e^{ax+b}$, avec $a = -0{,}35$ et $b = 0$

Donc $f'(x) = 8ae^{ax+b} = 8\times(-0{,}35)e^{-0{,}35x} = -2{,}8e^{-0{,}35x}$

b) $g(x) = (2x - 3)e^x$.

$g = uv$ avec $u(x) = 2x - 3$ et $v(x) = e^x$

donc $u'(x) = 2$ et $v'(x) = e^x$

donc $g' = u'v + uv'$, soit $g'(x) = 2e^x + (2x-3)e^x$

$= (2 + 2x - 3)e^x$

$= (2x - 1)e^x$

Barème :

Ex 1:
0,5 par bonne réponse trouvée et –0,5 par mauvaise.

Ex 2:
a) 1,5 b) 1,5

Ex 3:
1 pt par question

Ex 4:
1) 2
2) 4
3) 0,5

Ex 5:
1) 1
2) 1
3) 1,5