Nom : **TEST DE MATHÉMATIQUES** **Spé Tmath2**

Prénom :

Sujet A

Durée : pas longtemps

Les réponses sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Appréciation :	Note :

Exercice 1 *5 points*

Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x^2 + 1)$

$f(x) = u \circ v(x)$ avec $u(x) = \sin x$ et $v(x) = x^2 + 1$

donc $u'(x) = \cos x$ et $v'(x) = 2x$

Donc $f'(x) = v'(x) \times u' \circ v(x) = 2x\cos(x^2 + 1)$

On considère deux fonctions f et g définies par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$.

Calculer $g \circ f(1)$ et $f \circ g(3)$.

$f(1) = \sqrt{1} = 1$, donc $g \circ f(1) = g(1) = \dfrac{1}{1+1} = 0{,}5$.

$g(3) = \dfrac{1}{3+1} = \dfrac{1}{4}$, donc $f \circ g(3) = f\left(\dfrac{1}{4}\right) = \sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$.

Soit la fonction f définie par $f(x) = (2x^2 + 2)^3$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f (à l'aide de deux fonctions de référence).

$$x \xmapsto{u(x) = 2x^2 + 2} 2x^2 + 2 \xmapsto{v(x) = x^3} (2x^2 + 2)^3.$$

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f noté $\mathscr{D}_f$.

Ici, on n'a ni racine carrée, ni division. $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$.

3. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

$f = u^n$ avec $n = 3$ et $u(x) = 2x^2 + 2$, donc $u'(x) = 4x$.

Donc $f' = nu'u^{n-1}$, soit $f'(x) = 3\times4x\times(2x^2 + 2)^2 = 12x\times(2x^2 + 2)^2$.

4. En déduire le tableau de variations de f (sans les limites).

$(2x^2 + 2)^2 \geqslant 0$, donc f' est du signe de $12x$, qui lui même est du signe de x.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	8	$\nearrow$	

$f(0) = (2\times0^2+2)^3 = 8$

Nom :	**TEST DE MATHÉMATIQUES**	**Spé Tmath 2**
Prénom :	**Sujet B**	

Durée : pas longtemps

Les réponses sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Appréciation :	Note :

Exercice 1 *5 points*

Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = \cos(2x - 1)$

$f(x) = u \circ v(x)$ avec $u(x) = \cos x$ et $v(x) = 2x - 1$

donc $u'(x) = -\sin x$ et $v'(x) = 2$

Donc $f'(x) = v'(x) \times u' \circ v(x) = -2\sin(2x - 1)$

On considère deux fonctions f et g définies pas $f(x) = \sqrt{x+1}$ et $g(x) = \dfrac{1}{x}$.

Calculer $g \circ f(3)$ et $f \circ g(1)$.

$f(3) = \sqrt{3+1} = 2$, donc $g \circ f(3) = g(2) = \dfrac{1}{2}$.

$g(1) = \dfrac{1}{1} = 1$, donc $f \circ g(1) = f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2+1}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f (à l'aide de deux fonctions de référence).

$$x \xrightarrow{u(x) = x^2 + 1} x^2 + 1 \xrightarrow{v(x) = \sqrt{x}} \sqrt{x^2+1}$$

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f noté $\mathscr{D}_f$.

Pour que f soit définie, il faut que $x^2 + 1 \geqslant 0$, ce qui est toujours le cas. Donc $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$.

3. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

$f = \sqrt{u}$ avec $u(x) = x^2 + 1$, donc $u'(x) = 2x$.

Donc $f' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, soit $f'(x) = \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

4. En déduire le tableau de variations de f (sans les limites).

$\sqrt{x^2+1} > 0$, donc f' est du signe de x.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	1	↗	

$f(0) = \sqrt{0+1} = 1$