Nom :	**DEVOIR SURVEILLE N°1**	Spé maths Term
Prénom :	Durée : 1 heure	*Sujet A*

Exercice 1 : (13 pts)

Partie A : Restitution Organisée des Connaissances :

Démontrer qu'une suite croissante non majorée diverge vers $+\infty$.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 4u_n - 3n + 4$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant n$.

b) En déduire la limite de la suite (u_n).

3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

4. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n + 1$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 2\times 4^n + n - 1$.

5. Soit p un entier naturel non nul.

a) Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe au moins un entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 10^p$?

b) Recopier et compléter le programme en Python ci-contre donnant le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 10^3$.

c) À l'aide de la calculatrice, déterminer cet entier.

```
n = 0
u = 1
while …
   u = …
   n = …
print ( … )
```

Exercice 2 : (7 pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{x^2+2x+1}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f (à l'aide de deux fonctions de référence).

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f noté $\mathscr{D}_f$.

3. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

4. En déduire le tableau de variations de f (sans les limites).

Nom : **DEVOIR SURVEILLE N°1** Spé maths Term
Prénom : Durée : 1 heure *Sujet B*

Exercice 1 : **(13 pts)**

Partie A : Restitution Organisée des Connaissances :

Prérequis (admis): x est un nombre réel strictement positif.

Pour tout nombre entier naturel n : $(1+x)^n \geqslant 1+nx$.

Démontrer que, pour $q > 1$, la suite (q^n) a pour limite $+\infty$.

Partie B :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant n$.

b) En déduire la limite de la suite (u_n).

3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

4. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n + 1$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 3^n + n - 1$.

5. Soit p un entier naturel non nul.

a) Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe au moins un entier n_0 tel que,

pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 10^p$?

b) Recopier et compléter le programme en Python ci-contre donnant le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 10^3$.

c) À l'aide de la calculatrice, déterminer cet entier.

```
n = 0
u = 1
while …
    u = …
    n = …
print ( … )
```

Exercice 2 : **(7 pts)**

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2+2x+1}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f (à l'aide de deux fonctions de référence).

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f noté $\mathscr{D}_f$.

3. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

4. En déduire le tableau de variations de f (sans les limites).

Nom : **DEVOIR SURVEILLE N°1** Spé maths Term
Prénom : Durée : 1 heure *Sujet Aménagé (sur 15,5)*

Exercice 1 : **(10 pts)**

Partie A : Restitution Organisée des Connaissances :

Démontrer qu'une suite croissante non majorée diverge vers $+\infty$.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 4u_n - 3n + 4$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant n$.

b) En déduire la limite de la suite (u_n).

3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

4. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n + 1$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 2\times 4^n + n - 1$.

Exercice 2 : **(5,5 pts)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2+2x+1}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f (à l'aide de deux fonctions de référence).

2. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

3. En déduire le tableau de variations de f (sans les limites).