DEVOIR MAISON DE MATHÉMATIQUES

Spé math TG 2

EX 95 P 296

Corrigé

95 On donne deux droites d_1 et d_2 dont les représentations paramétriques sont :

$$d_1 \begin{cases} x = 2 + k_1 \\ y = 1 - k_1 \\ z = 5 + 2k_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad d_2 \begin{cases} x = 3 + 3k_2 \\ y = 3 + 2k_2 \\ z = 1 - k_2 \end{cases} \text{ où } k_1 \text{ et } k_2 \text{ sont réels.}$$

1. Montrer que les deux droites ne sont pas coplanaires.

2. Donner un point et un vecteur directeur d'une droite d_3 qui est parallèle à d_1 et sécante à d_2.

3. Donner alors une représentation paramétrique de cette droite d_3

d_1 : $\begin{cases} x=2+k_1 \\ y=1-k_1 \\ z=5+2k_1 \end{cases}$ et d_2 : $\begin{cases} x=3+3k_2 \\ y=3+2k_2 \\ z=1-k_2 \end{cases}$, k_1 et k_2 réels.

1. Pour que les deux droites ne soient pas coplanaires, il faut qu'elles ne soient ni parallèles, ni sécantes.

$\vec{u_1}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{u_2}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont des des vecteurs directeurs respectifs de d_1 et d_2. $1\times 2 \neq -1\times 3$, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les droites ne sont pas parallèles.

$\begin{cases} 2+k_1=3+3k_2 & L_1 \\ 1-k_1=3+2k_2 & L_2 \\ 5+2k_1=1-k_2 & L_3 \end{cases}$. $L_1 + L_2$ donne $3 = 6 + 5k_2$, donc $k_2 = -\dfrac{3}{5}$.

L_2 donne alors $1 - k_1 = 3 - \dfrac{6}{5}$, soit $1 - k_1 = \dfrac{9}{5}$, soit $k_1 = -\dfrac{4}{5}$

Et dans L_3 : $5 + 2k_1 = \dfrac{17}{5}$ et $1 - k_2 = \dfrac{8}{5}$.

Les droites ne sont donc pas non plus sécantes, elles sont donc non coplanaires.

2. Pour ce faire, il suffit de choisir un point de d_2 et un vecteur directeur de d_1 soit A (3 ; 3 ; 1) et $\vec{u_1}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. On obtient donc d_3 : $\begin{cases} x=3+k_3 \\ y=3-k_3 \\ z=1+2k_3 \end{cases}$, $k_3 \in \mathbb{R}$.