

Nom :
Prénom :

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES
Sujet A
durée : 1 heure

T STI2D

Sur 20

Consignes générales importantes :

Les calculatrices sont autorisées mais sont strictement individuelles et ne peuvent être prêtées durant le contrôle.

On rappelle qu'en mathématiques toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

L'intégralité du sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 : (4 points)

1. Donner l'expression de la fonction $f(x) = ka^x$ telle que $f(1) = 20$ et $f(0) = 16$.
2. Quel est le sens de variation de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0,5 \times 1,02^x$?

Exercice 2 : (5 points)

Dans une banque, une publicité annonce :

Le livret alpha : La

Un placement sûr et sans engagement.
Taux d'intérêt fixe durant 5 ans.
Placez 10 000 aujourd'hui,
vous gagnerez 1 600 € au bout de 5 ans
si vous ne touchez pas à votre capital

1.
 - a. Quel est le taux d'évolution global durant ces 5 années ?
 - b. Montrer que le taux d'intérêt annuel (taux d'évolution annuel) est de 3 %.
2. Alix a placé un capital de 20 000 € le 1^{er} février 2020 sur le livret alpha. Quelle somme y aura-t-il sur son livret le 1^{er} février 2023 ?
3. Les intérêts sont en fait versés le premier de chaque mois.
 - a. Quel est le taux d'intérêt mensuel ? (arrondir au millième)
 - b. Quelle somme aura Alix sur son livret le 1^{er} juillet 2023 ?

Exercice 3 : (11 points)

Un artisan fabrique des meubles. Le coût de production, en euros, de x meubles fabriqués est donné par : $C(x) = x^2 + 50x + 900$, pour $x \in [10 ; 60]$.

Partie A :

1. Quel est le coût de production de 20 meubles ?
2. Quel est le coût de production par meuble, lorsque l'artisan fabrique 20 meubles ?
3. Soit $f(x)$ le coût unitaire (coût de production par meuble) pour x meubles fabriqués. Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour tout x de $[10 ; 60]$.

Partie B :

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle $[10 ; 60]$ par $f(x) = x + 50 + \frac{900}{x}$. Cette fonction représente le coût unitaire de fabrication pour x meubles fabriqués.

1. Justifier que $f'(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[10 ; 60]$.
3. Compléter le tableau suivant :

x	10	15	20	25	30	40	45	50	60
$f(x)$									

4. Tracer la courbe représentative de f dans le repère donné en annexe.

Partie C :

Dans cette partie, la production est comprise entre 10 et 60 meubles.

1. Combien de meubles doit fabriquer l'artisan pour que le coût unitaire soit minimal ?
2. Chaque meuble est vendu 115 €.
 - a. Construire la droite \mathcal{D} d'équation $y = 115$ sur le graphique en annexe.
 - b. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .
 - c. En déduire l'intervalle de production pour lequel l'artisan réalise un bénéfice.

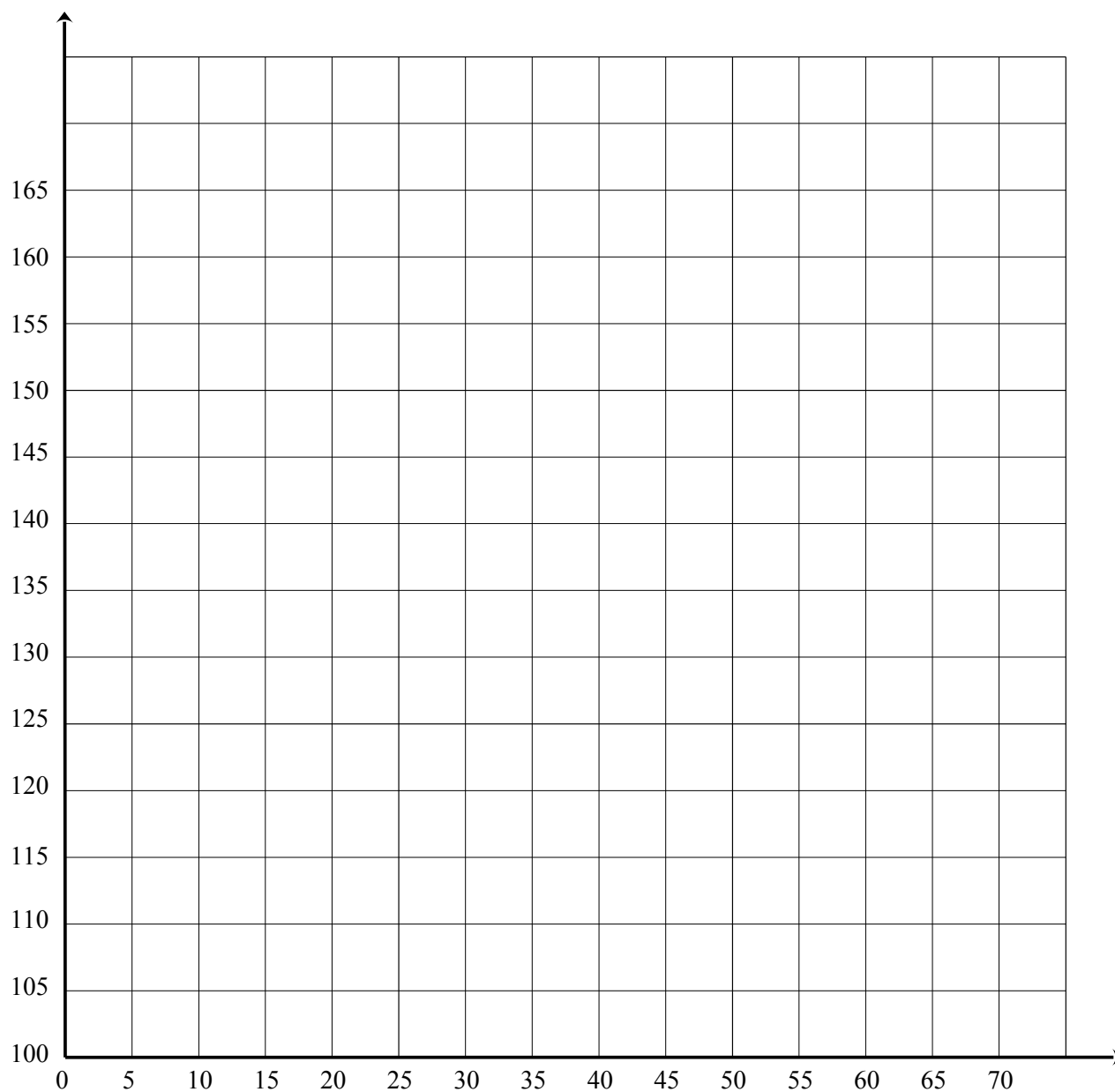
Nom :

ANNEXE

T STI2D

Prénom :

À rendre avec la copie



Nom :
Prénom :

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES
Sujet Aménagé
durée : 1 heure

T STI2D

Sur 15

Consignes générales importantes :

Les calculatrices sont autorisées mais sont strictement individuelles et ne peuvent être prêtées durant le contrôle.

On rappelle qu'en mathématiques toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

L'intégralité du sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 : (4 points)

1. Donner l'expression de la fonction $f(x) = ka^x$ telle que $f(1) = 20$ et $f(0) = 16$.
2. Quel est le sens de variation de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0,5 \times 1,02^x$?

Exercice 2 : (3 points)

Dans une banque, une publicité annonce :

Le livret alpha : La

Un placement sûr et sans engagement.
Taux d'intérêt fixe durant 5 ans.
Placez 10 000 aujourd'hui,
vous gagnerez 1 600 € au bout de 5 ans
si vous ne touchez pas à votre capital

1. **a.** Quel est le taux d'évolution global durant ces 5 années ?
b. Montrer que le taux d'intérêt annuel (taux d'évolution annuel) est de 3 %.
2. Alix a placé un capital de 20 000 € le 1^{er} février 2020 sur le livret alpha. Quelle somme y aura-t-il sur son livret le 1^{er} février 2023 ?

Exercice 3 : (8 points)

Un artisan fabrique des meubles. Le coût de production, en euros, de x meubles fabriqués est donné par : $C(x) = x^2 + 50x + 900$, pour $x \in [10 ; 60]$.

Partie A :

1. Quel est le coût de production de 20 meubles ?
2. Quel est le coût de production par meuble, lorsque l'artisan fabrique 20 meubles ?
3. Soit $f(x)$ le coût unitaire (coût de production par meuble) pour x meubles fabriqués. Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour tout x de $[10 ; 60]$.

Partie B :

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle $[10 ; 60]$ par $f(x) = x + 50 + \frac{900}{x}$. Cette fonction représente le coût unitaire de fabrication pour x meubles fabriqués.

1. Justifier que $f'(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[10 ; 60]$.
3. Compléter le tableau suivant :

x	10	15	20	25	30	40	45	50	60
$f(x)$									

4. Tracer la courbe représentative de f dans le repère donné en annexe.

Nom :

ANNEXE

T STI2D

Prénom :

À rendre avec la copie

