Nom : **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES** **T STI2D**

Prénom : **Sujet A**

durée : 1 heure **Sur 20**

<u>Consignes générales importantes :</u>

Les calculatrices autorisées sont les calculatrices de type collège ou les calculatrices graphiques avec le mode examen, qui devra être activé. Les calculatrices sont strictement individuelles et ne peuvent être prêtées durant le contrôle. Il est également interdit d'utiliser plusieurs calculatrices.

Je rappelle qu'en mathématiques, toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire.

<u>Exercice 1 :</u> (*8 points*)

QCM : Dans chaque ligne, entourer la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée. *Barème : 1 point si réponse juste, 0 point si pas de réponse et – 0,5 point si réponse fausse.*

1. La suite u est une suite arithmétique de raison 7 et de premier terme $u_0 = 3$, alors $S = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{22}$ est égal à :	157	1 760	1 840
2. La moyenne arithmétique entre 3 et –19 est égale à :	$\sqrt{57}$	11	–8
3. La moyenne géométrique entre 4 et 49 est égale à :	26,5	14	196

4. `u=30`
`S=30`
`n=0`
`while S<=300:`
`    u=0.97*u`
`    S=S+u`
`    n=n+1`
`print(2015+n)`
A quoi sert cet algorithme ?
	Cet algorithme sert à trouver le rang à partir duquel la somme sera inférieure strictement à 300	Cet algorithme sert à trouver le plus grand terme de la suite inférieur ou égal à 300	Cet algorithme sert à trouver le rang à partir duquel la somme sera supérieure strictement à 300

5. La somme $S = 1 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^{10}$ est égale à :	88 573	29 524	59 049
6. Des baisses successives de 4% peuvent être modélisées par :	Une suite arithmétique de raison –4	Une suite géométrique de raison 0,96	Une suite géométrique de raison 0,6
(v_n) est une suite arithmétique telle que $v_4 = 3$ et $v_7 = 4,2$.			
7. Quelle est la raison de (v_n)	1,2	0,4	1,4
8. $v_1 =$	1,8	2,6	1,4

<u>Exercice 2 :</u> (*4 points*)

1. Donner l'expression de la fonction $f(x) = ka^x$ telle que $f(1) = 20$ et $f(0) = 16$.

$f(x) = ka^x$ et $f(0) = 16$, donc $f(0) = ka^0 = k = 16$.

La fonction est donc de la forme : $f(x) = 16 \times a^x$.

On sait de plus que $f(1) = 20$, soit $16 \times a^1 = 20$, donc $a = \dfrac{20}{16} = 1{,}25$.

La fonction cherchée est donc $f(x) = 16 \times 1{,}25^x$.

2. Quel est le sens de variation de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}5 \times 1{,}02^x$?

C'est une fonction de la forme $f(x) = ka^x$. $a > 1$, donc $x \longmapsto a^x$ est croissante. De plus $k > 0$, donc f a le même sens de variation que $x \longmapsto a^x$, donc f est croissante.

<u>Exercice 3 :</u> (*8 points*)

Dans une banque, une publicité annonce :

Le livret alpha : Lα

Un placement sûr et sans engagement.
Taux d'intérêt fixe durant 5 ans.
Placez 10 000 aujourd'hui,
vous gagnerez 1 600 € au bout de 5 ans
si vous ne touchez pas à votre capital

1. a. Quel est le taux d'évolution global durant ces 5 années ?

<u>Méthode 1 :</u>

$\dfrac{1600}{10000} = 0{,}16 = 16\ \%$. Le capital a donc évolué de 16 % en 5 ans.

<u>Méthode 2 :</u>

Au bout de 5 ans, il y a donc 11 600 € sur le livret, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur de $CM_G = \dfrac{11600}{10000} = 1{,}16$. Soit un taux de $t_G = CM_G - 1 = 0{,}16$. Le taux d'évolution global sur 5 ans est donc de 16 %.

b. Montrer que le taux d'intérêt annuel (taux d'évolution annuel) est de 3 %.

Le coefficient multiplicateur annuel est de $CM_A = 1{,}16^{\frac{1}{5}} \approx 1{,}03$, ce qui correspond à un taux de 3 %.

2. Alix a placé un capital de 20 000 € le 1er février 2020 sur le livret alpha. Quelle somme y aura-t-il sur son livret le 1er février 2023 ?

Au bout de 3 ans, il y aura $20\,000 \times 1{,}03^3 = 21\,854{,}54$ €.

3. Les intérêts sont en fait versés le premier de chaque mois.

a. Quel est le taux d'intérêt mensuel ? (*arrondir au millième*)

Le coefficient multiplicateur mensuel est de $1{,}03^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}002$, soit un taux de 0,2 %.

b. Quelle somme aura Alix sur son livret le 1er juillet 2023 ?

Le 1er juillet est 5 mois après le 1er février, Alix aura donc sur son livret $21\,854{,}54 \times 1{,}002^5 \approx 22\,073{,}96$ €

ou, de façon plus précise : $21\,854{,}54 \times \left(1{,}03^{\frac{1}{12}}\right)^5 = 21\,854{,}54 \times 1{,}03^{\frac{5}{12}} \approx 22\,125{,}37$ €.