

Nom :
Prénom :

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

T STI2D

Sujet A

durée : 30 minutes

Sur 20

Les calculatrices sont autorisées (pensez à vérifier vos résultats).

Une entreprise produit des appareils électroménagers. Le coût horaire de production de x appareils est donné en euros par : $C(x) = x^2 + 50x + 100$ pour $5 \leq x \leq 40$.

1. L'entreprise vend chaque appareil 100 €

a. Expliquer pourquoi le bénéfice horaire réalisé par la fabrication et la vente de x objets est égal à :

$$B(x) = -x^2 + 50x - 100 \text{ pour tout } x \text{ appartenant à l'intervalle } [5 ; 40].$$

b. B' étant la fonction dérivée de B sur l'intervalle $[5 ; 40]$, calculer $B'(x)$ et étudier son signe.

c. Dresser le tableau de variations de B sur l'intervalle $[5 ; 40]$.

d. Quel est le nombre d'appareils à produire pour que le bénéfice horaire de l'entreprise soit maximal.

2. Le coût unitaire de production d'un appareil lorsque x appareils sont produits est égal à : $f(x) = \frac{C(x)}{x}$

pour x appartenant à l'intervalle $[5 ; 40]$.

a. Montrer que $f(x) = x + 50 + \frac{100}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[5 ; 40]$.

b. f' étant la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[5 ; 40]$, montrer que $f'(x) = \frac{(x-10)(x+10)}{x^2}$ pour

tout x appartenant à l'intervalle $[5 ; 40]$.

c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[5 ; 40]$ et dresser le tableau de variations de f .

d. Pour quelle valeur de x le coût unitaire est-il minimal ? Préciser alors sa valeur.