

**Exercice ? : (6 points)**

Question 1 :

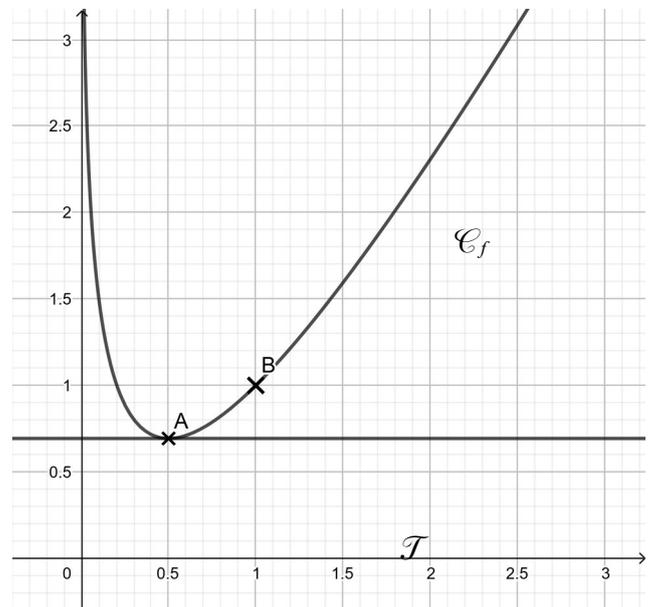
On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = ax + b - \ln(x)$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels.

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$  tracée dans le repère ci-contre.

On note A le point d'abscisse 0,5 appartenant à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

On note  $\mathcal{T}$  la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point A. La droite  $\mathcal{T}$  est parallèle à l'axe des abscisses.

Le point B (1 ; 1) appartient à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .



- a. Donner la valeur de  $f(1)$ . En déduire une relation entre  $a$  et  $b$ .
- b. Justifier que  $f'(0,5) = 0$ . En déduire la valeur de  $a$ .
- c. En déduire la valeur de  $b$ .

Question 2 :

Une entreprise achète une machine d'une valeur de 300 000 €. Cette machine perd de sa valeur au fil des années. Cette perte exprimée en euro, à l'instant  $t$  exprimé en année, est modélisée par la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 15]$  par  $f(t) = 300\,000(1 - e^{-0,09t})$ .

Au bout de combien d'années (résultat arrondi à l'unité) la machine aura-t-elle perdu la moitié de sa valeur ?

Question 3 :

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = 2x - 1 - \ln(x)$ .

a. Montrer que pour tout  $x$  appartenant à  $]0 ; +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{2x-1}{x}$ .

b. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$  en faisant figurer la valeur exacte de son extremum. On précisera les limites aux bornes de l'intervalle.

Question 4 :

a. On considère l'équation différentielle (E) :  $y' + 0,0434 y = 0$ .

Déterminer sur  $[0 ; +\infty[$  la solution  $P$  de cette équation différentielle qui vérifie la condition initiale  $y(0) = 6,75$ .

b. Un signal de puissance initiale  $P(0) = 6,75$  mW parcourt une fibre optique. La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de  $x$  kilomètres depuis l'entrée de la fibre optique, est donnée par  $P(x)$  où  $P$  est la fonction déterminée à la question a.

Montrer que la perte de puissance une fois que le signal a parcouru un kilomètre depuis l'entrée est d'environ 287  $\mu$ W.