**49** On pose $f(t) = \cos 2t - \sqrt{3}\sin 2t$.

**1.** Déterminer les réels $A$ ($A > 0$) et $\varphi$ ($\varphi \in ]-\pi\,;\,\pi]$) tels que $f(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$.

**2.** Résoudre sur l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$ l'équation $f(t) = 2$.

**1.** $f(t) = \cos(2t) - \sqrt{3}\sin(2t)$ est de la forme $a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t)$, avec $a = 1$ ; $b = -\sqrt{3}$ et $\omega = 2$

Soit $z = a - ib = 1 + i\sqrt{3}$.

$|z| = \sqrt{1+3} = 2$

si $\varphi = \arg(z)$, on a

$$\left.\begin{array}{l}\cos\varphi = \dfrac{1}{2}\\[2ex] \sin\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right\}\text{ donc } \varphi = \frac{\pi}{3}$$

Donc $z = 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$

**2.** $f(t) = 2 \Leftrightarrow 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \Leftrightarrow \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ soit $2t + \frac{\pi}{3} = 0$ (sur $]-\pi\,;\,\pi]$)

$$\Leftrightarrow 2t = -\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow t = -\frac{\pi}{6}.$$

**51** On considère $f(t) = 3\cos\left(2t + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

Exprimer $f(t)$ sous la forme $a\cos(2t) + b\sin(2t)$.

$\cos(a + b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$$\text{donc } 3\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) = 3\left(\cos 2t\cos\frac{\pi}{3} - \sin 2t\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 3\left(\cos 2t \times \frac{1}{2} - \sin 2t \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\cos 2t - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin 2t$$

**53** On considère $f(t) = \sqrt{3}\cos\left(t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Exprimer $f(t)$ sous la forme $a\cos(t) + b\sin(t)$.

$\cos(a - b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$

$$\text{donc } \sqrt{3}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\left(\cos t\cos\frac{\pi}{4} + \sin t\sin\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos t + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin t\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}\cos t + \frac{\sqrt{6}}{2}\sin t$$